

TEMA1. NUMEROS NATURALES

1. Descompón los números siguientes:

a) 38 b) 3 509 c) 247 d) 26 052

2. Haz un dibujo de una recta y representa los siete primeros números naturales

3. Ordena los siguientes números de mayor a menor: 34, 50, 17, 23, 102 y 8

4. Escribe el mayor número posible con tres cifras:

5. Calcula el resultado de las siguientes operaciones:

a) $53 + 475 + 62 =$

c) $457 - 49 =$

b) $285 + 259 + 57 =$

d) $1\,034 - 806 =$

6. Aplica la propiedad asociativa y la propiedad conmutativa para sumar mentalmente:

a) $8 + 9 + 5 + 1 + 2 =$ b) $23 + 18 + 27 + 12 =$

7. Calcula el resultado de las siguientes sumas:

a) $123 + 75 + 60 =$

c) $3\,567 + 4\,035 + 10\,358 =$

b) $265 + 250 + 57 =$

d) $12\,598 + 9\,330 + 54\,045 =$

8. Haz las siguientes restas:

a) $457 - 245 =$

c) $25\,961 - 3\,856 =$

b) $8\,489 - 859 =$

d) $34\,201 - 12\,304 =$

9. Una familia gasta en un año 9 016 € en pagar la hipoteca de la casa, 7 229 € en manutención, 3 429 € en vestuario, 482 € en transportes y 1 967 € en otras cosas. Calcula el gasto total de la familia:

10. Ernesto tiene en el banco 230 € ahorrados. Por su cumpleaños le dan 52 € y se compra 3 libros a 12 € cada libro. ¿Cuánto dinero tiene en total?

11. Efectúa:

a) $748 \cdot 75 =$ b) $2\,456 \cdot 243 =$ c) $1\,347 \cdot 96 =$ d) $6\,835 \cdot 308 =$

12. Calcula:

a) $92 \cdot 100 =$

c) $3\,481 \cdot 10\,000 =$

b) $260 \cdot 1\,000 =$

d) $3\,040 \cdot 10\,000 =$

Propiedad conmutativa: el orden de los factores no altera el producto.

Propiedad asociativa: Para multiplicar tres o más números, estos se pueden agrupar de diversas maneras.

13. Calcula de dos formas:

a) $6 \cdot (4 + 5) =$

b) $5 \cdot (8 + 7) =$

14. Dos vehículos parten a las 9 de la mañana desde un mismo punto, con velocidades de 84 km/h y 67 km/h, respectivamente. Después de tres horas, ¿qué distancia hay entre ambos vehículos?

15. Haz las siguientes divisiones e indica si son enteras o exactas:

a) $240 : 13 =$ b) $105 : 7 =$

16. Un número dividido por 345 da de cociente 48 y de resto 12. Halla dicho número.

17. Cuantos días se tardara en llenar un depósito de 65416 litros con un grifo que arroja 1258 litros por día?

18. Si un coche ha recorrido 630 km en 7 horas, ¿cual ha sido su velocidad media?

La **propiedad distributiva** dice que para multiplicar un número natural por la suma de otros dos números se multiplica el primer por cada uno de los sumandos, y después se suma el resultado.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \text{ ó } a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

19. Calcula aplicando la propiedad distributiva:

a) $9 \cdot (20 + 50) =$

b) $7 \cdot (30 - 20) =$

c) $2 \cdot (3 + 4 + 6) =$

d) $4 \cdot (2 + 3 - 4) =$

20. Calcula:

a) $30 + 5 \cdot (10 + 5) =$

b) $5 + 4 \cdot 3 + 24 : 12 =$

c) $4 : 2 + 3 \cdot 5 =$

d) $5 \cdot (13 - 3) + 2 \cdot (14 - 4) =$

21. Haz las siguientes operaciones:

a) $5 + 4 \cdot 8 - 25 : 5 =$

b) $240 : 2 + 3 \cdot 5 =$

c) $15 + 5 \cdot (20 + 15) =$

d) $4 \cdot (20 - 4) - (40 - 12) : 2 =$

Para **resolver un problema** se debe leer varias veces el enunciado hasta que se entienda muy bien cuáles son los **datos**, las **relaciones** y las **preguntas**.

En los problemas de **geometría** se debe hacer siempre el dibujo.

En los problemas **numéricos** se debe hacer un **esquema**.

22. Piensa y calcula:

- a) Sonia tiene más dinero que Oscar y menos que Alba. ¿Quién tiene más dinero de los tres?
- b) Si Melisa tiene más dinero que Sonia, pero menos que Alba, ¿tiene Melisa más dinero que Oscar?

23. Si 8 máquinas producen 1 344 piezas, ¿cuántas piezas se obtendrán en una fábrica que tiene 65 máquinas iguales trabajando?

24. Una ferretería compra 4 bobinas de cable, de 200 m cada una, a 2 € el metro. ¿A cuánto debe vender el metro si quiere ganar 800 €?

25. Una librería compra una remesa de 40 libros a 10 € cada uno. ¿Cuánto gana por la venta de los libros si los vende a 13 € cada uno? Si solo vendiese la mitad a 15 €, ¿cuánto ganaría?

26. Descompón los números siguientes:

- a) 207
- c) 3 049
- b) 16 350
- d) 350 421

27. Observa la siguiente serie: 5, 8, 11, 14 ... Calcula el término que se pide en cada caso:

- a) El término quinto:
- c) El término noveno:
- b) El término séptimo:
- d) El término decimo:

28. Calcula aplicando la propiedad distributiva:

- a) $3 \cdot (2 + 5) =$
- c) $4 \cdot (7 + 3) =$
- e) $5 \cdot (6 + 9) =$
- g) $8 \cdot (9 + 3) =$
- b) $4 \cdot (7 - 2) =$
- d) $6 \cdot (9 - 4) =$
- f) $3 \cdot (12 - 8) =$
- h) $9 \cdot (10 - 3) =$

29. Calcula:

- a) $14 : 2 + 3 \cdot 5 =$
- b) $7 \cdot (25 - 21) + 5 \cdot (15 - 5) =$
- c) $16 + 4 \cdot 6 - 30 : 5 =$
- d) $240 : 2 : 3 + 4 \cdot 5 =$

30. Tres amigos han reunido 1 300 € y se han gastado en un viaje 655 €. ¿Cuánto dinero queda para cada uno después del viaje?

31. Se vendieron 50 camisetas a 10 € cada una. ¿Que beneficio se obtuvo si las camisetas se compraron a 7 € cada una?

TEMA 2: DIVISIBILIDAD

Un número a es **múltiplo** de otro número b si al dividir a entre b la **división es exacta**.

1. Calcula mentalmente:

- a) Cuatro múltiplos de 7:
- c) Cuatro múltiplos de 25:
- b) Cuatro múltiplos de 12:
- d) Cuatro múltiplos de 4:

2. Escribe:

- a) Cinco múltiplos de 2:
- c) Cinco múltiplos de 3:
- b) Cinco múltiplos de 5:
- d) Cinco múltiplos de 6:

3. Añade tres términos a cada una de las siguientes series:

- a) 4, 8, 12, 16...
- c) 12, 24, 36, 48...
- b) 8, 16, 24, 32...
- d) 31, 62, 93, 124...

4. De los siguientes números, indica cuáles son múltiplos de 12: 72, 324, 482, 948 y 1060.

5. De los números siguientes:

72 108 209 585 770

- a) ¿Cuáles son múltiplos de 9?
- c) ¿Cuáles son múltiplos de 5?
- b) ¿Cuáles son múltiplos de 2?
- d) ¿Cuáles son múltiplos de 7?

6. Completa los datos de los ejemplos correspondientes a las propiedades de los múltiplos:

- a) Todo número es múltiplo de sí mismo. EJEMPLO: 5 es de 5 porque $5 : 5 = 1$
- b) Todo número es múltiplo de 1. EJEMPLO: 7 es múltiplo de 1 porque $7 : 1 = 7$
- c) El cero es múltiplo de cualquier número. EJEMPLO: El 0 es múltiplo de 2 porque $0 : 2 = 0$
- d) Todo número tiene infinitos múltiplos. EJEMPLO: Para hallar el conjunto de múltiplos de 3, se va multiplicando el 3 por los números naturales 0, 1, 2, 3, 4, 5... $M(3) = \{0, 3, 6, 9, \dots\}$

Un número b es **divisor** de otro número a si al dividir a entre b la división es exacta. También se dice que a es **divisible** por b o que b es un **factor** de a .

7. Escribe todos los divisores de:

a) 12 b) 20 c) 35 d) 40

8. ¿Es 1 024 divisible por 8? ¿Y por 15? ¿Y por 32?

9. De los números siguientes: 3, 7, 8, 12, 15

- a) ¿Cuáles son divisores de 21?
- c) ¿Cuáles son divisores de 32?
- b) ¿Cuáles son divisores de 24?
- d) ¿Cuáles son divisores de 105?

10. Completa en tu cuaderno con la palabra «múltiplo» o «divisor»:

- a) 4 es de 28 b) 15 es de 3 c) 5 es de 15 d) 32 es de 4

11. Completa los datos de los ejemplos correspondientes a las propiedades de los divisores:

- a) Todo número es divisor de sí mismo. EJEMPLO: 5 es divisor de 5 porque... : ... = 1
- b) El 1 es divisor de cualquier número. EJEMPLO: El 1 es divisor de 7 porque... : ... = 7
- c) El no es divisor de ningún número. EJEMPLO: El no es divisor de 2 porque no se puede dividir 2 entre... .
- d) El conjunto de los divisores de un número es finito. EJEMPLO: Para hallar los divisores de 6 se hacen todas las divisiones entre el divisor más pequeño, que es , y el divisor mayor, que es $D(6) = , , , \}$

Un número natural es **primo** si tiene exactamente **dos divisores**: el **1** y él mismo.

Un número natural a es **compuesto** si tiene **más de dos divisores**.

12. Señala los números primos y compuestos de la siguiente lista: 7, 12, 13, 25, 31, 43

13. De los siguientes números, señala los compuestos y exprésalos como producto de dos factores distintos de 1 y de él mismo:

24 11 38 61 54 7

14. Completa estas frases sobre los criterios de divisibilidad:

Un número es divisible por dos si acaba en o cifra...

Un número es divisible por tres si la suma de sus cifras es de...

Un número es divisible por... si acaba en 0 o 5.

15. Entre los números 24, 30, 65, 72, 81, señala:

- a) Los divisibles por 2
- c) Los divisibles por 5
- b) Los divisibles por 3
- d) Los múltiplos de 6

Un número compuesto se puede expresar como un producto de números primos. La **descomposición factorial o factorización** de un número consiste en expresar dicho número como producto de números o factores primos elevados a los exponentes correspondientes.

16. Completa estas frases sobre el procedimiento para factorizar números grandes:

- a) Se escribe el número y, a su... se pone una vertical.

- b) Si el número termina en ceros, se puede dividir por $10 = 2 \cdot 5$. A la derecha de la raya vertical, se pone· elevado, cada uno de ellos, al número de finales que tenga el número.
c) Se sigue dividiendo cada cociente obtenido por el menor número , 2, 3, 5,..., que sea tantas veces como se pueda.
d) Se termina cuando de cociente se obtenga .

17. Descompón en factores primos mentalmente:

- a) 8 b) 16 c) 32 d) 64

18. Halla mentalmente la descomposición factorial de los siguientes números:

- a) 20 b) 30 c) 36 d) 45

19. Descompón en factores primos los siguientes números. Hazlo mentalmente en el apartado a).

- a) 4, 6, 9, 12 y 15 b) 180, 200, 475, 540 y 625

20. Haz la descomposición factorial de:

- a) 120 b) 256 c) 504 d) 900

El **máximo común divisor** de dos o más números $a, b, c, d \dots$ es el mayor de los divisores comunes a dichos números. Para encontrar el máximo común divisor de varios números se debe:

- a) Hallar los divisores de cada número.
b) Seleccionar los divisores comunes de los números.
c) Tomar el divisor mayor.

21. Completa los datos que faltan en el siguiente cálculo del máximo común divisor de 12 y 18:

- a) Los divisores de 12 son: $D(12) = \{1, , 3, , 6, \}$
b) Los divisores de 18 son: $D(18) = \{ , 2, , 6, , 18\}$
c) Los divisores comunes son $D(12) + D(18) = \{ , 2, 3, \}$
d) El mayor divisor es el . Se escribe: M.C.D. (12, 18) =

22. Calcula mentalmente el máximo común divisor de los siguientes números:

- a) 4 y 6 b) 3 y 6 c) 4 y 7 d) 15 y 21

23. Halla mentalmente:

- a) M.C.D. (12, 15)
c) M.C.D. (10, 15)
b) M.C.D. (20, 30)
d) M.C.D. (4, 21)

Para realizar el **cálculo del máximo común divisor** de números grandes:

- a) Se hace la descomposición en factores primos de los números.
b) Se eligen todos los factores primos comunes con el menor exponente con el que aparecen, y se multiplican.

24. Calcula el máximo común divisor de los números 80 y 140.

25. En una granja tienen 264 gallinas y 450 pollos. Se han de transportar en jaulas, sin mezclarlos, lo más grande posibles de modo que en todas haya el mismo número de animales. ¿Cuántos animales irán en cada jaula?

El mínimo común múltiplo de dos o más números $a, b, c, d, \dots$ es el menor de los múltiplos comunes a dichos números, distinto de cero. Para encontrar el mínimo común múltiplo de varios números se debe:

- a) Hallar los múltiplos de cada número.
- b) Seleccionar los múltiplos comunes de los números.
- c) Tomar el múltiplo menor distinto de cero.

26. Completa los datos que faltan en el siguiente cálculo del mínimo común múltiplo de los números 45 y 60.

- a) Los múltiplos de 4 son $M(4) = \{0, 4, \dots, 16, 20, \dots, 28, 32, \dots\}$
- b) Los múltiplos de 6 son $M(6) = \{ \dots, 6, \dots, 18, \dots, 36, 42, \dots\}$
- c) Los múltiplos comunes son $M(4) + M(6) = \{0, \dots, 24, \dots\}$
- d) De estos múltiplos comunes, el menor distinto de cero es el $\dots$. Se escribe: m.c.m. (4, 6) = $\dots$

27. Calcula mentalmente el mínimo común múltiplo de los siguientes números:

- a) 6 y 8 b) 6 y 9 c) 3 y 5 d) 3 y 6

28. Calcula mentalmente:

- a) m.c.m. (20, 40)
- c) m.c.m. (4, 9)
- b) m.c.m. (6, 15)
- d) m.c.m. (14, 21)

Para realizar el **cálculo del mínimo común múltiplo** de números grandes:

- a) Se hace la descomposición de los números en factores primos.
- b) Se eligen todos los factores primos comunes y no comunes con el mayor exponente con el que aparecen, y se multiplican.

29. Calcula el mínimo común múltiplo de los números 45 y 60.

30. Una fábrica de coches envía un camión de coches a Sevilla cada 24 días y a Málaga cada 36 días.

Si un determinado día coinciden los dos camiones, ¿cuántos días tardarán en volver a coincidir?

31. Encuentra un número que sea múltiplo de:

- a) 3 y 4
- c) 2, 5 y 7
- b) 7 y 9
- d) 5, 8 y 11

32. Escribe todos los divisores de 15, 18, 25 y 30.

33. Escribe cuáles de los siguientes números son divisibles por 2:

16 232 267 400 515

34. Indica cuáles de los siguientes números son divisibles por 3:
47 66 135 326 537

35. Señala cuáles de los siguientes números son divisibles por 5:
12 50 60 105 401

36. Calcula mentalmente el M.C.D. de:
a) 6 y 8 b) 6 y 15 c) 5 y 12 d) 7 y 21

37. Calcula mentalmente el m.c.m. de:
a) 6 y 8 =
b) 5 y 15 =
c) 4 y 6 =
d) 8 y 12 =
e) 20 y 30 =

TEMA 3: NÚMEROS ENTEROS

El conjunto de los números enteros está formado por el conjunto de los números naturales $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ y los números negativos $\{-1, -2, -3, \dots\}$.

Se representan con la letra $\mathbb{Z}$:

$\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

Los números negativos se expresan con un signo menos delante, para diferenciarlos de los positivos.

El cero no es ni positivo ni negativo.

Cuando se opera con números negativos, estos deben ir entre paréntesis.

1. Asigna un número, positivo o negativo, a cada una de las situaciones siguientes:

- a) Estamos en el segundo sótano.
- b) La temperatura del agua es ahora de 7°C .
- c) Pedro debe 3 € a Luis.
- d) He ahorrado 12 €.

2. Describe una situación real a la que se le pueda asignar el número:

- a) -5 b) -12 c) -1

3. Escribe matemáticamente lo que reflejan los siguientes enunciados y calcula el resultado:

- a) Tenía 120 € y he pagado 20 €.
- b) Subí 4 plantas, y luego he bajado 6 plantas.
- c) Mi padre me dio 5 € y gasté 6 €.

4. Expresa matemáticamente los siguientes enunciados y halla el resultado:

- a) Tenía en el banco 254 € y me han cobrado un recibo de 386 €
- b) La temperatura es de 2°C bajo cero y ha subido 3°C
- c) Estaba buceando a 2 m bajo el nivel del mar y he descendido 1 m más.

5. Salí de mi piso y bajé 3 plantas a buscar a mi amigo Juan. Subimos 4 pisos hasta la casa de Inés, que vive en el 9º. ¿En qué piso vivo?

Los números enteros se representan gráficamente en una recta horizontal:

- a) Se marca en ella un punto, que será el cero.
 - b) A la derecha del cero, se representan los números positivos.
 - c) A la izquierda del cero, se representan los números negativos.
- ...-3 -2 -1 0 1 2 3

6. Representa en una recta los números enteros:

-6 6 0 3 -2

El **valor absoluto** de un número entero es dicho número prescindiendo del signo.

El valor absoluto de un número a es la longitud del segmento que tiene el origen en el cero y el extremo en el número a . Para representarlo se escribe el número entre dos barras verticales, $|a|$ y se lee: **valor absoluto** de a

7. Escribe los cinco números enteros negativos que tengan menor valor absoluto.

8. Calcula el valor absoluto de los números enteros siguientes: -4, 2, -6, 0, 4

9. Calcula el valor absoluto de:

- a) $|7|$
- b) $|-5|$

Para ordenar números enteros se puede tener en cuenta su representación gráfica.

También se pueden utilizar las siguientes reglas:

- a) Todo número positivo es mayor que cualquier número negativo.
- b) Si dos números son positivos, es mayor el que tiene mayor valor absoluto.
- c) Si dos números son negativos, es mayor el que tiene menor valor absoluto.

10. Ordena los siguientes números de menor a mayor:

- a) 4, 0, 3, 1, 7, 2, 9
- b) -2, -7, -5, 0, -4, -8, -1
- c) 8, 0, -7, 4, -3, 6, -6, -2
- d) 1, 3, -5, -13, 10, -11, 9

11. Haz la representación gráfica y escribe todos los números enteros tales que:

- a) Su valor absoluto sea menor que 2.
- b) Su valor absoluto sea menor que 4.

El **opuesto** de un número entero a es otro número entero $-a$ que tiene el mismo valor absoluto y signo contrario.

12. Escribe dos números que tengan el mismo valor absoluto. ¿Cómo son dichos números?

13. Escribe el opuesto de los siguientes números:

- a) 7
- b) -8
- c) 24
- d) -16

14. Efectúa mentalmente las siguientes sumas:

- a) $9 + 8$
- b) $-12 + (-6)$
- c) $15 + (-20)$
- d) $19 + (-9)$

15. Haz las siguientes restas:

- a) $17 - 15$ b) $-9 - (-5)$ c) $25 - (-15)$ d) $17 - (-5)$

16. Realiza las siguientes operaciones:

- a) $5 - 3 + 2$ b) $-4 - 3 + 5$ c) $-7 + 3 - 4 + 9$
d) $9 - 6 - 3 - 5$ e) $8 - 5 + 3 - 7$ f) $-8 + 1 - 7 + 2$

17. Quita los paréntesis y calcula:

- a) $20 + (-15) + 8 - (-9)$ b) $12 + (-7) - (-10) + 6$
c) $-(-6) + 8 - (-3) - (-7)$ d) $-2 - (-1) - (-8) + (-7)$

18. Efectúa las siguientes operaciones:

- a) $23 + 14 - 7 + 8 - 12 - 1$ b) $15 - 13 + 4 - 15 + 3$ c) $30 - 14 - 42 + 25 + 5$

Regla de los signos: Al multiplicar o dividir dos números enteros que tienen el **mismo signo**, el resultado es **positivo**, y si tienen **distinto signo**, el resultado es **negativo**.

19. Efectúa mentalmente las siguientes operaciones:

- a) $6 \cdot 5$ b) $-3 \cdot (-7)$ c) $8 \cdot (-3)$ d) $(-9) \cdot 12$

20. Multiplica:

- a) $3 \cdot 5 (-15)$ b) $-4 \cdot 5 \cdot 7$ c) $3 \cdot (-4) \cdot (-20)$ d) $-8 \cdot (-4) \cdot (-6)$

21. Divide:

- a) $18 : 2 : 3$ b) $-720 : (-10) : 9$ c) $-64 : 8 : 2$ d) $-120(-12) : (-5)$

22. Calcula mentalmente el valor de k :

- a) $k \cdot (-4) = -28$ b) $-24 \cdot k = 120$ c) $-75 : k = 25$ d) $k : (-8) = -7$

24. Escribe la regla de los signos y pon un ejemplo de cada caso

Cuando se tienen distintas operaciones combinadas con números enteros, se debe seguir un orden:

- a) Paréntesis.
b) Multiplicaciones y divisiones.
c) Sumas y restas.
d) Si las operaciones tienen el mismo nivel, se empieza por la izquierda.

25. Calcula mentalmente:

- a) $5 \cdot (2 + 8)$ b) $-4 \cdot (3 + 6)$ c) $6 \cdot (7 - 4)$ d) $-3 \cdot (5 - 3)$

26. Calcula:

- a) $4 + 12 \cdot (2 - 4) + 8 : 4$ b) $9 + 6 \cdot (4 - 9) + 16 : 8$
c) $8 - 15 \cdot 5 - 64 : 8 + 4 \cdot 8 : 2$ d) $20 : (6 - 8) - (4 - 2) + 6 \cdot 5 : 3$
e) $8 + 2 \cdot (3 - 7 + 1) - 3 \cdot (15 - 8 + 3)$ f) $4 - (14 - 24) : 2 - 7 \cdot (4 - 8 - 6) : 10$

27. Calcula:

- a) $12 - (9 - 5 + 4 + 3)$ b) $25 + 40 : (6 - 4) + [5 - (8 - 9)]$

c) $2 \cdot (6 + 2) - [- (-4) - (12 - 8)]$ d) $2 - (5 + 3) - [6 - (1 - 4)]$

28. Efectúa las siguientes operaciones:

a) $2 \cdot 6 - 10 + 5 + 15$: 5 b) $-2 \cdot 6 + 3 \cdot 5 - 12$: 2 c) $25 - [3 + (5 - 3)]$

29. Expresa matemáticamente los siguientes enunciados y calcula el resultado:

- a) Tengo 30 € y me regalan 10 €.
 b) La temperatura era de 12 °C y ha bajado 4 °C.
 c) El avión volaba a 3 000 m y ha ascendido 1 200 m.

30. Representa en una recta los números enteros: - 5, 6, 0, - 3, 2.

31. Ordena los siguientes números enteros de menor a mayor:

a) 5, 0, - 2, -5, 4, 7, - 7, -1 b) 5, 4, - 4, 12, 10, - 12, 8

32. Quita los paréntesis y calcula:

a) $10 + (-5) + 5 - (-3)$ b) $10 + (-8) - (-12) + 4$
 c) $-8 + 4 - (-5 + 3) - (-2 + 6)$ d) $(2 - 24) - (3 + 12) - (-4 - 3)$

33. Multiplica y divide:

a) $3 \cdot 5 \cdot (-15)$ b) $-4 \cdot 5 \cdot 7$ c) $-64: 8: 2$ d) $-120 : (-12) : (-5)$

34. Efectúa:

a) $4 + 3 \cdot (2 - 5) + 25$: 5 b) $2 \cdot (5 + 4) - 2 \cdot (4 - 3)$
 c) $7 - 2 \cdot (5 + 7) - 6 \cdot (2 - 3)$ d) $5 - (-3 + 4 - 2) - 3 \cdot (2 + 5 - 4)$

TEMA 4: FRACCIONES

Una fracción es la expresión de una cantidad dividida entre otra; es decir que representa un cociente no efectuado de números. Entre dos números enteros existen infinitas fracciones y reciben los siguientes nombres:

- a) Una **fracción** es **propia** si el numerador es menor que el denominador.
 b) Una **fracción** es **igual a la unidad** si el numerador es igual que el denominador.
 c) Una **fracción** es **impropia** si el numerador es mayor que el denominador.

1. Dibuja un cuadrado y representa en él $\frac{3}{4}$.

Para calcular la fracción de una cantidad se divide el número por el denominador y el resultado se multiplica por el numerador.

2. Calcula:

- a) $\frac{3}{4}$ de 80 b) $\frac{7}{5}$ de 125
 b) Tenemos una docena de huevos y gastamos los $\frac{3}{4}$ para hacer una tortilla. ¿Cuántos huevos quedan?

Para **representar una fracción en la recta**, se dibuja una recta, se sitúan el 0 y el 1, luego se divide la unidad en tantas partes iguales como indique el denominador y se toman tantas como indique el numerador.

Dos fracciones son equivalentes si expresan la misma cantidad, la mejor forma de comprobarlo es verificando si los productos cruzados son iguales.

Una **fracción es irreducible** si no se puede simplificar, es decir, el numerador y el denominador son primos entre sí. Para **simplificar una fracción**, se dividen el numerador y el denominador por un mismo número.

3. Simplifica las siguientes fracciones para obtener la fracción irreducible correspondiente:

a) $\frac{20}{12}$ b) $\frac{24}{36}$ c) $\frac{32}{64}$ d) $\frac{48}{120}$

Para ordenar fracciones:

- a) Si tienen el mismo denominador, será mayor la que tenga mayor numerador.
- b) Si tienen el mismo numerador, será mayor la que tenga menor denominador.
- c) Si tienen distinto numerador y distinto denominador, se reducen a mínimo común denominador, y será mayor la que corresponda a mayor numerador.

4. Ordena las siguientes fracciones de menor a mayor: $\frac{2}{5}, \frac{-2}{5}, \frac{6}{7}, \frac{-6}{7}$

5. Ana, María y Pedro compran un refresco cada uno. A los 10 minutos, le queda la mitad a Ana, los tres cuartos a María y un tercio a Pedro. Ordena de menor a mayor a los tres amigos, según la cantidad que les queda.

La **suma** y la **resta de fracciones con igual denominador** es otra fracción que tiene por:

- a) **Numerador:** la suma o la resta de los numeradores.
- b) **Denominador:** el mismo de las fracciones.

6. Opera mentalmente las siguientes fracciones:

a) $\frac{2}{3} - \frac{4}{3} + \frac{7}{3}$ b) $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} - \frac{6}{5}$

7. Calcula mentalmente el número de cuadrados que pintarías en la figura de la derecha y expresa la fracción correspondiente.

La **suma** y la **resta de fracciones con distinto denominador** es otra fracción que tiene por:

- a) **Denominador:** el **m.c.m.** (mínimo común múltiplo) de los denominadores.
- b) Numerador: la suma o la resta que se obtiene al dividir el **m.c.m.** de los denominadores por cada denominador y multiplicar por el numerador correspondiente.

8. Opera las siguientes fracciones:

a) $\frac{11}{12} - \frac{5}{18} + \frac{2}{3}$ b) $\frac{15}{5} + \frac{7}{10} - \frac{11}{20}$

9. Realiza las siguientes operaciones:

a) $\frac{3}{2} - \frac{5}{6} + \frac{9}{4}$ b) $\frac{7}{8} + \frac{11}{12} - \frac{5}{4}$

10. En una botella de dos litros vacía echamos $\frac{3}{2}$ de litro, y luego $\frac{1}{3}$ más. ¿Cuánto queda para llenarse?

La **fracción opuesta** de una fracción es la que se obtiene al cambiarle el signo. La suma de dos fracciones opuestas es cero.

11. Calcula la fracción opuesta de cada una de las siguientes fracciones y haz la comprobación:

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{-4}{3}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{-5}{7}$ e) -2 f) 1

12. Un grifo llena los $\frac{2}{5}$ de un depósito en una hora, y otro grifo, los $\frac{2}{7}$. ¿Qué fracción de depósito falta para que esté lleno?

El **producto de dos fracciones** es otra fracción que tiene por:

- a) **Numerador:** el producto de los numeradores.
- b) **Denominador:** el producto de los denominadores.

13. Multiplica las siguientes fracciones:

a) $\frac{7}{6} \cdot \frac{6}{5}$ b) $\frac{12}{5} \cdot \frac{25}{21}$ c) $\frac{4}{7} \cdot \frac{14}{5}$

14. Realiza las siguientes operaciones:

a) $\frac{5}{2} \cdot \frac{3}{9} \cdot 4$ b) $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{18}$

El **producto de un número entero por una fracción** es otra fracción que tiene por:

- a) **Numerador:** el producto del número entero por el numerador de la fracción.
- b) **Denominador:** el mismo de la fracción.

15. Realiza las siguientes operaciones:

a) $9 \cdot \frac{3}{4}$ b) $\frac{5}{2} \cdot 24$ c) $\frac{2}{3} \cdot (-6)$ d) $\frac{3}{2} \cdot 4 \cdot \frac{7}{3}$

La **fracción inversa** de una fracción es la que se obtiene al cambiar el numerador por el denominador dejando el mismo signo.

16. Calcula la fracción inversa de cada una de las siguientes fracciones y haz la comprobación:

a) $\frac{4}{7}$ b) $-\frac{3}{5}$

17. Haz las siguientes divisiones:

a) $\frac{2}{5} : \frac{7}{8}$ b) $\frac{6}{5} : \frac{8}{9}$ c) $\frac{-3}{4} : \frac{-5}{6}$

18. Calcula:

a) $\frac{2}{3} : 2 : \frac{1}{6}$ b) $\frac{3}{4} : \frac{1}{2} : 9$ c) $3 : \frac{1}{8} : \frac{4}{5}$ d) $3 : 10 : \frac{3}{2}$

Cuando se tienen distintas operaciones combinadas con fracciones, se debe seguir un orden:

- a) Paréntesis.
- b) Multiplicaciones y divisiones.
- c) Sumas y restas.
- d) Si las operaciones tienen el mismo nivel, se empieza por la izquierda.

19. Indica si las siguientes fracciones son mayores, menores o iguales que la unidad:

a) $\frac{4}{7}$ b) $\frac{8}{3}$ c) $\frac{4}{4}$ d) $\frac{5}{4}$

20. Opera las siguientes fracciones:

a) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right) =$ b) $\left(3 + \frac{1}{4}\right) - \left(2 + \frac{1}{6}\right) =$ c) $\left(\frac{5}{3} - 1\right) \cdot \left(\frac{7}{2} - 2\right) =$
d) $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{6}\right) =$

21. Realiza las siguientes operaciones utilizando la jerarquía:

$$\frac{2}{3} : \left[5 : \left(\frac{2}{4} + 1 \right) - 3 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) \right] =$$

22. Calcula y simplifica:

a) $\frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{6} - \frac{1}{3}} =$ b) $\frac{-1 + \frac{3}{4} - \frac{1}{3}}{2 - \frac{1}{4}} =$

TEMA 5: NÚMEROS DECIMALES

El **sistema de numeración decimal** está formado por la unidad, sus múltiplos de 10 en 10 y sus divisores de 10 en 10. **Para pasar de una unidad a otra** de orden inmediatamente inferior se multiplica por 10; y para pasar a otra de orden inmediatamente superior se divide por 10.

1. Completa en tu cuaderno:

a) 5 unidades = centésimas b) 23 milésimas = unidades

2. Haz la descomposición decimal de los siguientes números:

a) 2,45 b) 23,5 c) 7,804 d) 84,45

Para **pasar de un número decimal exacto a fracción** se pone por numerador el número sin la coma, y por denominador la unidad seguida de tantos ceros como decimales tenga el número. Luego, hay que obtener la fracción irreducible.

3. Convierte los siguientes números decimales exactos en fracción:

a) 0,75 b) 7,25 c) 0,24 d) 6,4

Dados dos números decimales, es **mayor** el que tiene **mayor parte entera**; si tienen la misma parte entera, es mayor el que tenga mayor la primera cifra decimal por la izquierda.

4. Ordena de menor a mayor los siguientes números decimales:

– 0.4 ,0.9,– 0.7,2.08,– 1.04

5. Escribe la fracción y calcula mentalmente el número decimal de la cantidad correspondiente:

a) Una botella con medio litro = .

b) Una botella con un cuarto de litro = .

c) Una botella con un quinto de litro = .

d) Una botella con tres cuartos de litro = .

Procedimiento para sumar y restar números decimales:

a) Se colocan los números uno debajo de otro de forma que coincidan la coma decimal y las unidades del mismo orden.

b) Se suman o restan como si fueran números naturales.

c) En el resultado, se coloca la coma debajo de las comas.

6. Suma los siguientes números decimales:

a) $4456,45 + 556,8 =$

b) $76,345 + 834,98 =$

c) $4,567 + 8,9 + 56,034 =$

d) $0,0657 + 83,056 + 456,7 =$

7. Plantea y resuelve mentalmente las siguientes situaciones:

a) Teníamos 1,5 kg de arroz y compramos 3,5 kg. ¿Cuántos kilos de arroz tenemos?

b) De una garrafa de 5 litros hemos gastado 3,5 litros. ¿Cuánto queda?

c) Compramos 10 pasteles de 1,5 € cada uno. ¿Cuánto dinero pagamos?

8. Resta los siguientes números decimales:

a) $83,27 - 67,15 =$

c) $823,7 - 97,234 =$

b) $8,5 - 3,47 =$

d) $2,567 - 0,58 =$

9. Para hacer una paella utilizamos los siguientes ingredientes: 0,4 kg de arroz, 0,25 kg de calamares, 0,35 kg de chirlas y 0,27 kg de gambas. ¿Cuánto pesan los ingredientes?

Procedimiento para multiplicar números decimales:

a) Se colocan los números uno debajo de otro.

b) Se multiplican como si fueran números naturales.

c) En el resultado, se separa desde la derecha con una coma un número de cifras decimales igual a la suma de las que tienen los dos factores.

d) En el caso de que no haya en el resultado bastantes cifras para separar los decimales, se ponen delante de las cifras significativas tantos ceros como sean necesarios.

10. Multiplica los siguientes números decimales:

a) $7,85 \cdot 4,06 =$

- c) $57,06 \cdot 0,05 =$
- b) $88,09 \cdot 7,3 =$
- d) $0,00123 \cdot 7,5 =$

11. Se han comprado 47,5 litros de aceite de oliva a 3,06 € el litro. ¿Cuánto hemos pagado?

12. Compramos 100 bolsas de patatas fritas que pesan 0,25 kg cada una. ¿Cuántos kilos pesan?

Para **multiplicar un número decimal por la unidad seguida de ceros**, se escribe el mismo número y se traslada la coma hacia la derecha tantos lugares como ceros acompañen a la unidad. Si no hubiese bastantes cifras, se colocan tantos ceros a la derecha como sea necesario.

13. Multiplica mentalmente los siguientes números:

- a) $7,45 \cdot 100 =$
- b) $0,056 \cdot 10 =$
- c) $456,783 \cdot 10\ 000 =$
- d) $0,00876 \cdot 1\ 000 =$

14. Multiplica mentalmente los siguientes números:

- a) $15,04 \cdot 10 =$
- b) $23,6 \cdot 100 =$
- c) $83,0056 \cdot 1\ 000 =$
- d) $0,000987 \cdot 10\ 000 =$

Para **multiplicar un número decimal por una unidad decimal**, se escribe el mismo número y se traslada la coma hacia la izquierda tantos lugares como decimales tenga la unidad decimal. Si no hubiese bastantes cifras, se colocan tantos ceros a la izquierda como sea necesario.

15. Multiplica mentalmente los siguientes números:

- a) $85,2 \cdot 0,1 =$
- b) $7,865 \cdot 0,01 =$
- c) $60,87 \cdot 0,001 =$
- d) $0,55 \cdot 0,0001 =$

Procedimiento para dividir números enteros con decimales:

- a) Se hace la división entera. c) Se baja un cero.
- b) Se coloca una coma en el cociente. d) Se sigue haciendo la división.

16. Haz las siguientes divisiones obteniendo dos decimales:

- a) $31 : 8 =$ b) $345 : 11 =$ c) $13 : 7 =$ d) $5 : 13 =$

Para dividir números decimales:

• **si solo tiene decimales el dividendo:**

- a) Se comienza a dividir como si fueran números naturales.
- b) Al llegar a la coma en el dividendo, se coloca la coma en el cociente.
- c) Se sigue haciendo la división.

• **si tiene decimales el divisor:**

- a) Se quitan los decimales del divisor. Para ello, se multiplica el dividendo y el divisor por la unidad seguida de tantos ceros como decimales tenga el divisor.
- b) Se realiza la división resultante.

17. Efectúa las siguientes divisiones obteniendo dos decimales:

a) $90,5 : 6 =$ c) $56,07 : 44 =$ b) $560,23 : 47 =$ d) $567,1 : 237 =$

18. Un almacenista compra 1 200 litros de refresco y lo envasa en botellas de 1,5 litros. ¿Cuántas botellas llenará?

Cuando se tienen distintas **operaciones combinadas con números decimales**, se debe seguir el siguiente **orden**:

- a) Paréntesis. b) Multiplicaciones y divisiones.
- c) Sumas y restas. d) Si las operaciones tienen el mismo nivel, se empieza por la izquierda.

19. Para la fiesta de fin de curso, los 28 alumnos y alumnas de una clase compraron 30 litros de refresco a 1,2 € el litro, 12,5 kg de patatas fritas a 5,7 € el kilo y adornos para la clase por 8,5 €. ¿Cuánto tuvo que pagar cada uno?

20. David compró 2 bolígrafos a 0,4 € cada uno, 3 cuadernos a 1,5 € cada unidad y una caja de lápices de colores a 2,13 €. Pagó con 8 €. ¿Cuánto le devolvieron?

Redondear un número consiste en aproximarlos mediante otro de forma que si la primera cifra que se suprime es:

- a) 0, 1, 2, 3 o 4, la cifra que se redondea no varía.
- b) 5, 6, 7, 8 o 9, la cifra que se redondea aumenta en uno.

21. Redondea mentalmente los siguientes números a dos decimales:

a) $77,7643 =$ b) $609,665 =$ c) $12,8977 =$ d) $555,999 =$

22. Realiza las siguientes operaciones y redondea a dos decimales los resultados:

a) $688,567 + 567,4 =$ c) $6,65 \cdot 5,4 =$ b) $45,894 - 9,823 =$ d) $34,56 : 4,2 =$

Para **estimar el resultado de una operación con decimales**, se redondean las cantidades a las unidades, y luego se efectúan las operaciones.

23. Haz una estimación del resultado de las siguientes operaciones, y luego halla su valor exacto con la calculadora para verificar el resultado:

a) $13,95 + 22,05 =$ b) $18,78 - 5,85 =$ c) $32,98 + 15,02 + 25,89 =$ d) $135,89 - 78,04 =$

24. Haz una estimación del resultado de las siguientes operaciones y luego halla su valor exacto con la calculadora para verificar el resultado:

a) $6,87 \cdot 6,05 =$ b) $3,98 \cdot 2,97 =$ c) $44,02 : 10,93 =$ d) $18,03 : 5,98 =$

25. ¿Qué es redondear y cómo se hace? Pon un ejemplo.

26. Un grupo de 7 amigos compra 15 refrescos a 0,49 € y unos frutos secos por 8,45 €. ¿Cuánto tiene que pagar cada uno?

27. David compró 2 bolígrafos a 0,4 € cada uno, 3 cuadernos a 1,5 € cada unidad y una caja de lápices de colores a 2,13 €. Pagó con 8 €. ¿Cuánto le devolvieron?
28. Un grupo de 24 alumnos, que van a ir de excursión, compra por 7,28 € una caja de 24 botes de refresco, y encarga 24 bocadillos, por los que paga 25,6 €. ¿Cuánto tiene que pagar cada uno?
29. Entre tres personas crean una empresa a partes iguales. El primer año obtienen 37 000 € de beneficios. ¿Cuánto le corresponde a cada uno? Da el resultado aproximando a euros enteros.
30. Antonio compra una finca por 315 670 € y la divide en siete parcelas. Si desea vender las parcelas y ganar 2 350 € con cada una, ¿a qué precio deberá vender cada una?
31. Reflexiona y completa en tu cuaderno:
- a) Multiplicar un número por 0,5 es lo mismo que dividir entre .
 - b) Multiplicar un número por 0,25 es lo mismo que dividir entre .
 - c) Multiplicar un número por 0,1 es lo mismo que dividir entre .
32. Suma los siguientes números decimales:
- a) $4\,456,45 + 556,8 =$ b) $76,345 + 834,98 =$ c) $4,567 + 8,9 + 56,034 =$ d) $0,0657 + 83,056 + 456,7 =$
33. Resta los siguientes números decimales:
- a) $94,678 - 53,08 =$ b) $23,44 - 17,456 =$ c) $345,05 - 280,8 =$ d) $23,001 - 0,9345 =$
34. Multiplica los siguientes números decimales:
- a) $5,23 \cdot 7,5 =$ b) $23,9 \cdot 8,4 =$ c) $34,89 \cdot 20,5 =$ d) $0,00678 \cdot 0,05 =$
35. Efectúa las siguientes divisiones obteniendo dos decimales:
- a) $83,5 : 9 =$ b) $634,83 : 23 =$ c) $5,93 : 17 =$ d) $587,4 : 47 =$

TEMA 6: POTENCIAS Y RAÍZ CUADRADA

Una **potencia** es un producto de factores iguales: $a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$

La **base de una potencia** es el factor que se multiplica y el **exponente** es el número de veces que se multiplica la base.

1. Calcula mentalmente el resultado de las siguientes potencias:

a) $3^2 =$ c) $3^3 =$ b) $(-3)^2 =$ d) $(-3)^3 =$

2. Escribe en forma de potencia:

a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =$

c) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 =$

b) $-7 \cdot (-7) =$

d) $-5 \cdot (-5) \cdot (-5) =$

3. Calcula y aprende las diferencias: a) $2^2 =$ b) $(-2)^2 =$ c) $(-2)^5 =$

La **notación científica** de un número es la expresión de dicho numero como producto de un numero decimal en el que la parte entera está formada por una sola cifra no nula y una potencia entera de 10.

4. Escribe en notación científica los siguientes números:

a) 150 000 000 = c) 230 000 = b) 0,00205 = d) 0,00057 =

5. Pasa a notación decimal los siguientes números expresados en notación científica:

a) $5,6 \cdot 10^3 =$ c) $4,3407 \cdot 10^6 =$ b) $7,95 \cdot 10^{-3} =$ d) $5,08 \cdot 10^{-2} =$

El **producto de dos potencias de la misma base** es otra potencia que tiene la misma base y como exponente la **suma** de los exponentes.

$$a^n \cdot a^p = a^{n+p}$$

El **cociente de dos potencias de la misma base** es otra potencia que tiene la misma base y como exponente la **diferencia** de los exponentes.

$$a^n : a^p = a^{n-p}$$

6. Calcula mentalmente: a) $7^0 =$ b) $(-6)^1 =$ c) $9^1 =$ d) $(-8)^0 =$

7. Expresa el resultado en forma de una sola potencia utilizando las propiedades de las potencias:

a) $3^5 \cdot 3^4 =$ c) $10^9 : 10^6 =$ b) $7^8 : 7^5 =$ d) $6^5 \cdot 6^4 \cdot 6^4 =$

8. Completa las siguientes expresiones con uno de los signos $=$ o $\neq$

a) $4^3 \square 4 \cdot 4 \cdot 4$ b) $7^{(2+3)} \square 7^2 + 7^3$ c) $(-7)^6 \square -7^6$ d) $9^{(6-2)} \square 9^6 : 9^2$

9. Calcula:

a) $(8-6)^2 =$ b) $(3+2)^3 =$ b) $8^2 - 6^2 =$ d) $3^3 + 2^3 =$

10. Expresa el resultado en forma de una sola potencia utilizando las propiedades de las potencias:

a) $x^4 \cdot x^5 =$ c) $x^{10} : x^2 : x^3 =$ b) $x^7 : x^2 =$ d) $x^3 \cdot x^4 \cdot x^6 =$

La **potencia de una potencia** es otra potencia que tiene la misma base y como exponente el **producto** de los exponentes:

$$(a^n)^p = a^{n \cdot p}$$

La **potencia de un producto** es igual al producto de cada uno de los factores elevado al mismo exponente.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

La **potencia de un cociente** es igual al cociente de cada uno de los números elevado al mismo exponente.

$$(a : b)^n = a^n : b^n$$

11. Aplica la potencia de un producto o de un cociente:

a) $(2 \cdot 3)^4 =$ c) $(5 \cdot 7 \cdot 11)^3 =$ b) $(5 : 7)^5 =$ d) $(2 : 3)^4 =$

12. Aplicando la potencia de un producto o de un cociente, escribe como una sola potencia:

a) $8^3 \cdot 7^3 =$ b) $3^5 \cdot 2^5 \cdot 5^5 =$ b) $5^4 : 3^4 =$ d) $11^6 : 13^6 =$

13. Completa las siguientes expresiones con uno de los signos $=$ o $\neq$

a) $(2+3)^2 \square 2^2 + 3^2$ b) $(7-5)^2 \square 7^2 - 5^2$ c) $(4+5)^2 \square 9^2$ d) $(9-3)^2 \square 6^2$

14. Calcula:

a) $2^4 + 3^2 + 5^3 =$ b) $3^4 - (-5)^3 + (-2)^6 =$ c) $(-2)^5 + 3^5 - 5^2 =$ d) $10^6 - (-10)^3 + 10^2 =$

15. En una tienda compran una docena de huevos. Escribe en forma de potencia el número total de huevos y halla cuantos son.

La **raíz cuadrada** de un numero a es otro número, tal que b elevado al cuadrado, es a .

$\sqrt{a} = b$ si $b^2 = a$

$\sqrt{\quad}$ Signo radical a Radicando b Raíz

La **interpretación geométrica de la raíz cuadrada** de un número consiste en hallar la longitud del lado de un cuadrado que tenga de área dicho número.

16. Calcula mentalmente la raíz cuadrada de los siguientes cuadrados perfectos:

a) $25 =$ c) $0 =$ b) $49 =$ d) $1 =$

17. ¿Cuántas raíces cuadradas tienen los siguientes números?

a) $9 =$ b) $0 =$ c) $-25 =$ d) $64 =$

La raíz cuadrada puede ser:

Raíz cuadrada exacta: una raíz cuadrada es exacta cuando el radicando es un cuadrado perfecto.

Raíz cuadrada entera: una raíz cuadrada es **entera** cuando el radicando no es un cuadrado perfecto.

En estos casos, se puede hallar entre que dos números enteros esta la raíz cuadrada. El menor de ellos se llama **raíz por defecto**, y el mayor, **raíz por exceso**.

18. Calcula la raíz cuadrada entera por defecto de:

a) $53 =$ b) $17 =$ c) $23 =$ d) $90 =$

19. Calcula la raíz cuadrada entera por exceso de:

a) $27 =$ b) $56 =$ c) $43 =$ d) $67 =$

Cuando se tienen distintas operaciones combinadas, se debe seguir un orden:

a) Paréntesis.

b) Potencias y raíces.

c) Multiplicaciones y divisiones.

d) Sumas y restas.

e) Si las operaciones son del mismo nivel, se empieza por la izquierda.

20. Realiza las siguientes operaciones:

a) $(26 + 72 - 82) \cdot \sqrt{81} =$

b) $\sqrt{49} + \sqrt{6} : \sqrt{16} =$

c) $(92 + 53 - 25) \sqrt{64} =$

d) $\sqrt{81} : (62 - 32) =$

21. Completa las siguientes expresiones con uno de los signos = o $\neq$

- a) $\sqrt{(25 + 25)} \square \sqrt{25} + \sqrt{25}$
- c) $\sqrt{(100 - 64)} \square \sqrt{100} - \sqrt{64}$
- b) $\sqrt{(25 + 25)} \square \sqrt{25}$
- d) $\sqrt{(100 - 64)} \square \sqrt{36}$

22. Una finca tiene forma de cuadrado, y su área mide 169 m². ¿Cuánto mide el perímetro?

23. La suma de los cuadrados de dos números es 514. Si uno de los números es 15, ¿cuál es el otro número?

La **prueba de la raíz cuadrada** dice:

Radicando = (Raíz)² + Resto

24. Halla la raíz cuadrada entera de 7 504 y comprueba el resultado haciendo la prueba:

25. Halla la raíz cuadrada entera de los siguientes números y comprueba el resultado con la calculadora:

- a) 569 = b) 23 457 = c) 6 234 = d) 546 304 =

26. Halla la raíz cuadrada con dos decimales de los siguientes números y comprueba el resultado con la calculadora:

- a) 7,5 = b) 13,87 = c) 5,347 = d) 45,5017 =

27. Un tablero de 1,87 m² de madera tiene forma de cuadrado. Halla la medida del lado redondeando los centímetros:

28. Escribe los cuadrados perfectos menores o iguales que 200 y que sean pares.

29. Pasa a notación decimal los siguientes números expresados en notación científica:

- a) $4,3407 \cdot 10^6 =$
- b) $5,08 \cdot 10^{-2} =$

30. Oscar tiene una caja en forma de cubo llena de canicas. La caja tiene de largo 8 canicas, de ancho otras 8 canicas y de alto 8 también. Escribe en forma de potencia el número total de canicas y calcula el resultado.

31. Una pared de un cuarto de baño es cuadrada y tiene en total 144 azulejos cuadrados. Si cada azulejo mide 25 cm, cuánto mide de longitud la pared?

32. Calcula:

- a) $\sqrt{100} - \sqrt{1} + \sqrt{10\,000} =$
- c) $\sqrt{10\,000} \cdot \sqrt{100} - \sqrt{1\,000\,000} =$
- b) $\sqrt{10\,000} - \sqrt{100} + \sqrt{1\,000\,000} =$
- d) $\sqrt{1\,000\,000} : \sqrt{100} + \sqrt{10\,000} =$

TEMA 7: SISTEMA MÉTRICO.

Una **magnitud** es todo aquello que se puede medir, y una **cantidad** de una magnitud es un ejemplo concreto de esa magnitud.

La longitud es una magnitud; 50 cm es una cantidad de longitud. La masa es una magnitud; 2 kg es una cantidad de masa.

Medir una cantidad es comparar con una unidad de medida para saber cuántas veces contiene a dicha unidad.

1. Señala en la siguiente lista aquellos términos que son magnitudes:

a) Longitud. b) Bondad. c) Masa. d) Felicidad.

2. Expresa en cada caso la magnitud que utilizarías para medir:

a) El cercado de una finca.

b) El peso de una barra de pan.

c) La distancia entre tu casa y la de tu amigo.

El **euro** es la unidad principal de la magnitud **dinero**. Se representa con el símbolo €. Un euro se divide en 100 céntimos, que se pueden expresar de forma abreviada: 100 cents.

Cuando hagas operaciones con euros, debes utilizar el redondeo a dos decimales.

3. ¿Cuántos céntimos son 4 monedas de 2 €?

4. Juan tiene ahorrados 4 billetes de 10 € y 12 monedas de 2 €. Por su cumpleaños, sus abuelos le regalan 3 billetes de 5 €. ¿Cuántos euros tiene ahora Juan?

5. En el mercado gasté:

• 5,1€ en manzanas. • 17,43€ en carne.

• 4,37€ en azúcar. • 6,32€ en pescado.

¿Cuánto dinero gasté en total?

Unidades de longitud

El **metro** es la unidad principal de la magnitud **longitud**. Se representa por la letra **m**. Estas unidades aumentan y disminuyen en potencias de 10, para pasar de una unidad superior a otra inferior, se multiplica por la unidad seguida de tantos ceros como escalones haya que bajar.

:10 :10 :10 ×10 ×10 ×10

Km hm dam m dm cm mm

kilómetro hectómetro decámetro decímetro centímetro milímetro

Múltiplos Submúltiplos

6. Calcula mentalmente y expresa en metros:

a) 2 000 mm b) 1 dm c) 2 hm d) 0,1 km

7. Completa las igualdades:

a) 23 m = cm b) 12 m = dam

c) 245 cm = m d) 100 hm = m

8. Calcula mentalmente y expresa en cm:

a) 1 500 mm b) 5 dm c) 4 hm d) 0,01 km

9. Ordena las siguientes cantidades de menor a mayor:

a) 4 378 m b) 4,3 hm c) 0,043 km d) 437 800 mm

10. Un nadador hace 24 largos en una piscina olímpica que tiene 50 m de largo.
¿Sobrepasa el kilómetro nadando? ¿En cuánto?

Unidades de masa y capacidad

El **gramo** es la unidad principal de la magnitud **masa**.

Estas unidades aumentan y disminuyen en potencias de 10.

:10 :10 :10 ×10 ×10 ×10

kg hg dag g dg cg mg

kilogramo hectogramo decagramo decigramo centigramo miligramo

Múltiplos Submúltiplos

11. Calcula mentalmente y expresa en gramos:

a) 500 mg b) 30 dg c) 2 hg d) 0,8 dag

12. Completa las igualdades:

a) 235 cg = dag b) 820 dag = kg

c) 145 cg = hg d) 503 g = mg

13. Has metido en un bote 12 bolsas de caramelos de 125 g cada una. Expresa en kilos el peso de todos los caramelos.

14. Ordena las siguientes cantidades de menor a mayor:

a) 378 dag b) 3,7 hg c) 0,037 kg d) 37 800 mg

15. Sofía tiene 2 kg 2 dag de bombones, y Marta, 3 kg 4 dag. ¿Cuánto bombones tienen entre las dos?

El litro es la unidad principal de la magnitud **capacidad**, un **litro** es la cantidad de agua destilada que cabe en 1 dm³

Estas unidades aumentan y disminuyen de 10 en 10.

kl hl dal L dl cl ml

kilolitro hectolitro decalitro decilitro centilitro mililitro

Múltiplos Submúltiplos

16. Calcula mentalmente y expresa en litros:

a) 350 cl. b) 4 000 ml c) 8,7 hl d) 0,05 kl

17. Ordena las siguientes cantidades de menor a mayor:

a) 582 dal b) 5,8 hl c) 582 L d) 5 820 ml

18. Transforma las siguientes unidades:

a) 52 hl = L = dl

b) 34 L = hl = cl

c) 68,5 kl = dal = cl

d) 8,45 dal = kl = ml

19. Luis gasta 40 dal 50 dl en regar cada día. ¿Cuántos litros gasta en 5 días?

La **superficie** de una figura es la porción de plano que ocupa. El **área** es la medida de la superficie.

El **metro cuadrado (m²)** es la unidad principal de la magnitud **superficie**.

Estas unidades aumentan y disminuyen en potencias de 100.

km² hm² dam² m² dm² cm² mm²

20. Calcula mentalmente y expresa en m²:

a) 2 hm² b) 3 dm² c) 50 dam² d) 0,02 km²

21. Disponemos de 2 900 dm² de lona y necesitamos 14,5 m² para hacer una tienda de campaña. ¿Cuántas tiendas podríamos hacer?

22. Transforma las siguientes unidades:

a) 48 m² = cm² = hm²

b) 2 485 mm² = m² = dam²

c) 28 hm² = km² = m²

23. Ordena las siguientes cantidades de menor a mayor:

a) 175 dam² b) 1,7 hm² c) 0,000017 km² d) 17 500 mm²

24. Un tablero de madera de 2 m² 60 dm² 80 mm² se divide en cuatro partes iguales. ¿Cuánto mide cada parte?

Habitualmente, cuando se dan medidas de superficie de terreno, se utilizan las siguientes unidades agrarias:

Nombre Abreviatura Unidades de superficie Cantidad m²

hectárea ha hm² 10 000 m²

área a dam² 100 m²

centiárea ca m² 1 m²

25. Completa las igualdades:

a) 5 ha = ca b) 10 a = ha c) 4 578 ca = a d) 450 ha = a

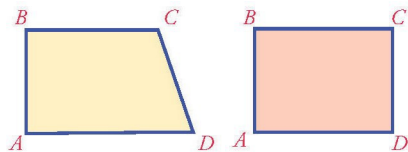
26. Una finca de 4,5 ha vale 411 750 €. ¿Cuánto vale el metro cuadrado de superficie?

27. El ayuntamiento ha cedido 3 ha 58 a para hacer un parque. ¿Cuántos metros cuadrados tendrá el parque?

28. La superficie de un olivar es de 12 ha 25 a. Si se plantaron los olivos de forma que cada uno necesitaba 49 m², ¿de cuántos olivos se compone el olivar?

29. Un constructor compra una parcela de 5 hectáreas que le cuesta 6 500 000 €. Se gasta 1 200 000 € en urbanizarla, y pierde una hectárea entre calles y aceras. El terreno que le queda lo divide en 25 parcelas. Si quiere ganar 5 400 000 €, ¿a qué precio tiene que vender el metro cuadrado de parcela?

TEMA 8: Razón y proporción.



Una **razón** es la división entre dos cantidades comparables.

1. Calcula mentalmente las razones entre las cantidades siguientes e interpreta el resultado:

- a) 2,5 kg de pescado cuestan 10 €.
- b) Un coche recorre 500 km en 5 horas.
- c) 7,5 m de tela cuestan 15 €
- d) 2,5 kg de fruta se consumen en 2 días.

e) Un grifo vierte 15 L de agua cada 10 minutos.

2. Calcula las razones entre las cantidades siguientes e interpreta el resultado:

- a) 5,5 kg de manzanas cuestan 8,25 €
- b) Un ciclista recorre 252 km en 7 horas.
- c) 15 L de aceite cuestan 34,5 €

d) Se han gastado 52 L de agua en 7 días.

Una **proporción** es una igualdad entre dos razones. En una proporción el producto de medios es igual al producto de extremos.

3. Calcula mentalmente y completa en tu cuaderno, para que formen proporción, las siguientes razones:



Se llama **cuarto proporcional** a un término desconocido de una proporción, conocidos los otros tres.

4. Calcula el cuarto proporcional o medio en:



Dos magnitudes son **directamente proporcionales** cuando:

- a) Al **aumentar** una cantidad de una de ellas el doble, el triple, etc., el valor correspondiente de la otra queda **aumentado** de igual forma.
- b) Al **disminuir** una cantidad de una de ellas la mitad, un tercio, etc., el valor correspondiente de la otra queda **disminuido** de la misma forma.

La **constante de proporcionalidad directa** se calcula al dividir una cantidad cualquiera de la 2.^a magnitud entre la correspondiente de la 1.^a

5. Copia y completa la siguiente tabla para que las magnitudes sean directamente proporcionales:

Magnitud A	3	5	9	10	15
Magnitud B		20			

Para resolver **problemas de proporcionalidad directa** por el **método de regla de tres directa**:

- Se identifican las magnitudes que intervienen y sus unidades.
- Se colocan las magnitudes y los datos poniendo en último lugar la incógnita.
- Se determina si la proporcionalidad es directa. Es directa cuando va de + a + o de – a –
- Se forma la proporción y se calcula el cuarto proporcional.

6. Completa los datos que faltan en el siguiente problema de proporcionalidad directa:

Si 5 kg de melocotones cuestan 7,2 €, ¿cuánto costarán 12,5 kg?

- La magnitud de la pregunta es **dinero (€)**; va en último lugar.
- Es de proporcionalidad Directa (D), porque al aumentar el número de kilos, aumenta el dinero que cuestan, + a +

$$\begin{array}{ccc}
 \text{Masa (kg)} & (D) & \text{Dinero (€)} \\
 5 & \longrightarrow & \\
 12,5 & \longrightarrow & x
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} \text{Masa (kg)} & (D) & \text{Dinero (€)} \\ 5 & \longrightarrow & \\ 12,5 & \longrightarrow & x \end{array}} \right\} \Rightarrow \frac{5}{12,5} = \frac{x}{7,2} \Rightarrow x = \frac{12,5 \cdot 7,2}{5} = \text{€}$$

7. Por la impresión de 120 carteles para una fiesta nos han cobrado 67,2 €. ¿Cuánto nos costará imprimir 350 carteles?

8. Fabio ha dedicado 7 horas a ayudar a su padre, que le ha dado 42 € como recompensa. ¿Cuánto le habría dado por 12 horas?

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** cuando:

- Al **aumentar** una cantidad de una de ellas el doble, el triple, etc., el valor correspondiente de la otra queda **disminuido** la mitad, un tercio, etcétera.
- Al **disminuir** una cantidad de una de ellas la mitad, un tercio, etc., el valor correspondiente de la otra queda **aumentado** el doble, el triple, etcétera.

La **constante de proporcionalidad inversa** se calcula multiplicando una cantidad cualquiera de la primera magnitud por la cantidad correspondiente de la segunda magnitud.

9. Completa la siguiente tabla para que las magnitudes sean inversamente proporcionales:

Magnitud A	3	5	10	12	20
Magnitud B				2,5	

10. Escribe dos magnitudes que sean inversamente proporcionales.

Para resolver **problemas de proporcionalidad directa** por el **método de regla de tres directa**:

- Se identifican las magnitudes que intervienen y sus unidades.
- Se colocan las magnitudes y los datos poniendo en último lugar la incógnita.
- Se determina si la proporcionalidad es directa. Es directa cuando va de + a + o de – a –
- Se forma la proporción y se calcula el cuarto proporcional.

11. Completa los datos que faltan en el siguiente problema de proporcionalidad inversa:

Un coche recorre la distancia que hay entre dos ciudades en 5 horas a una velocidad de 60 km/h. Si la velocidad aumenta a 75 km/h, ¿cuánto tardará?

- La magnitud de la pregunta es Tiempo (h); va en último lugar.
- Es de proporcionalidad Inversa (I), porque al aumentar la velocidad, disminuye el tiempo que tarda en recorrer la distancia, + a –

Velocidad (km/h) (I)	Tiempo (h)	
60	5	$\left. \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{60}{x} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = \frac{60 \cdot 5}{75} = \text{horas}$
75	x	

$\frac{60}{75} = \frac{5}{x}$

Razón invertida.

$60 \times 5 \div 75 = 4$

12. Siete obreros tardan 9 horas en hacer una obra. ¿Cuánto tardarán 3 obreros?

13. Por el revelado de 36 fotografías nos han cobrado 11,52 €. ¿Cuánto costará revelar 48 fotografías?

14. En un campamento con 45 estudiantes, compran para desayunar un bollo para cada uno y pagan 32,4 €. Al aumentar en 32 estudiantes el campamento, ¿cuánto pagarán por el total de bollos?

15. Cinco alumnos, que trabajan al mismo ritmo, tardan 8 horas en hacer un trabajo de Ciencias Socia- les. ¿Cuánto tardarán 4 alumnos?

16. Un depósito se llena en 5 horas con un grifo que arroja 180 litros de agua por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarse el depósito si el grifo arroja 240 litros por minuto?

El **tanto por ciento** de una cantidad es una o varias de las 100 partes iguales en que se puede dividir dicha cantidad. El símbolo del tanto por ciento es %.

- Para calcular el **porcentaje de una cantidad** se multiplica la cantidad por el decimal correspondiente.
- Para calcular una **cantidad cuando se conoce el porcentaje** se divide el porcentaje entre el decimal correspondiente.

17. Calcula:

- a) 16% de 450 b) 25% de 792
- c) 7,5% de 600 d) 12,5% de 80

18. Calcula mentalmente:

- a) El 10% de 340 b) El 20% de 500
- c) El 25% de 300 d) El 50% de 820

19. En una clase de 25 alumnos, el 24% son chicos. Calcula el número de chicos y de chicas.

20. En un pueblo, 1 400 personas se dedican a la agricultura. Este número de personas corresponde al 40% de la población. ¿Cuántos habitantes hay en total?

Un **descuento** es una cantidad que se rebaja al valor que cuesta. Los problemas de descuento se pueden resolver de dos formas:

- a) Se puede calcular el precio final directamente.
- b) Se calcula el descuento y se resta del precio.

20. Álvaro se quiere comprar una cazadora de 90 €. Si le hacen el 15% de descuento, ¿cuánto tendrá que pagar?

Un **impuesto** es una cantidad que se añade al precio. Los problemas de impuestos se pueden resolver de dos formas:

- a) Se puede calcular el precio final directamente.
- b) Se calcula el impuesto y se suma a la cantidad inicial.

21. La factura del hotel de las vacaciones ascendía a 1 232,5 €. Calcula el total añadiendo el 16% de IVA.

22. Inés quiere comprar a plazos un ordenador que cuesta 1 200 €. Por pagarlo a plazos, le suben un 12%. ¿Cuánto pagará en total?

23. En un paquete de galletas de 250 g se afirma que 50 g son gratis. ¿Cuál es el porcentaje del peso que no pagamos?

24. Una chaqueta costaba 77,2 €, y he pagado 57,9 €. ¿Qué porcentaje de descuento se ha realizado?

25. Calcula las razones entre las cantidades siguientes e interpreta el resultado:

- a) 5,5 kg de manzanas cuestan 8,25 € b) Un ciclista recorre 252 km en 7 horas.
- c) 15 L de aceite cuestan 34,5 € d) Se han gastado 52 L de agua en 7 días

26. Completa en tu cuaderno la siguiente tabla para que las magnitudes sean directamente proporcionales:

Magnitud <i>A</i>	1	2	3	4	5
Magnitud <i>B</i>				28	

27. Por 4 días de trabajo me han pagado 250 €. ¿Cuánto cobraré por 13 días?.

28. Completa en tu cuaderno:

a) El 20% de ____ es 50

b) El 25% de ____ es 30

c) El 10% de ____ es 25

d) El 50% de ____ es 120

TEMA 9: Lenguaje algebraico.

El **lenguaje algebraico** es el que emplea números, letras y paréntesis, relacionados con operaciones, para transmitir información. Se utiliza en matemáticas y en otras ciencias sustituyendo al lenguaje natural.

- **variable:** es la cantidad desconocida; se representa por una letra, normalmente x
- **términos:** son cada uno de los sumandos; pueden ser **literales** si llevan variable, o independientes si no llevan variable.
- **Coeficientes:** son el número que multiplica a la variable y el término independiente. Si en una variable el coeficiente no está expresado, este vale 1.

1. Escribe en lenguaje numérico las siguientes expresiones y calcula el resultado:

- a) María tiene 125 libros y su primo Juan tiene el triple. ¿Cuántos libros tiene Juan?
- b) Un tren lleva una velocidad media de 90 km/h. ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 5 horas?

2. Escribe en lenguaje algebraico las siguientes expresiones:

- a) Tenía x € y me han dado 23 €. ¿Cuántos euros tengo ahora?
- b) El lado de un cuadrado mide x metros. ¿Cuánto mide el perímetro?

3. En las siguientes expresiones algebraicas, escribe la variable, los términos literales e independientes y los coeficientes

a) $6x - 5$ b) $5z + 7$

El **valor numérico de una expresión algebraica** es el valor que se obtiene al sustituir la variable en la expresión algebraica por un número y realizar las operaciones.

Una **ecuación** es una igualdad que solo se verifica para algunos valores de la variable.

4. Halla el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los valores que se indican:

a) $5x - 9$ para $x = 3$ _____ b) $3x + 10$ para $x = -2$ _____

Una **ecuación de 1.º grado con una incógnita** es aquella que solo tiene una incógnita y en la que el mayor exponente de la variable es 1

Dos ecuaciones son **equivalentes** si tienen las mismas soluciones.

La regla de la suma y de la resta dice que si se aumenta o se resta un mismo término a los dos miembros de una ecuación, se obtiene otra ecuación equivalente.

5. De las siguientes ecuaciones, di cuáles son de 1.^{er} grado con una incógnita y por qué las otras no lo son:

a) $x + 7x - 3 = 0$

b) $9x + 5y = 1$

c) $3x + 7 = 8$

d) $x^4 - 5x^2 + 2x = 5$

6. De las siguientes ecuaciones, ¿cuáles son equivalentes?

a) $2x + 3 = 5$

b) $x - 1 = 2$ c) $4x -$

$5 = 7$

d) $7x - 4 = 3$

En la práctica: se pasan los términos literales del 2.^o miembro al 1.^o, y los términos constantes del 1.^{er} miembro al 2.^o

La **regla del producto y de la división** dice que si se multiplica o se divide por un mismo número distinto de cero los dos miembros de una ecuación, se obtiene otra ecuación equivalente.

Si un número está multiplicando o dividiendo a la incógnita, pasa al otro miembro dividiendo o multiplicando, respectivamente.

7. Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones:

a) $x + 2 = 3$ _____ b) $x - 1 = 4$ c) $4x = 20$ d) $x/2 = 7$

Para **resolver una ecuación con coeficientes enteros** se aplica el siguiente procedimiento:

- a) Se eliminan los paréntesis.
- b) Se trasponen los términos.
- c) Se reducen los términos semejantes.
- d) Se despeja la incógnita.

8. Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones:

a) $x + 2 = 5$ _____

b) $x - 4 = 1$ _____

c) $7x = 21$ _____

d) $-x/4 = 5$ _____

9. ¿Cuánto vale la x del dibujo?

10. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x + 5(3x - 1) = x - 13$

b) $5 - 4(2x - 3) = 2x + 7$

11. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $5x - 3(4x - 2) = 4(2x - 1)$

b) $7x - 5(3x + 2) = x - 4$

12. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x + 5(3x - 1) = x - 13$

b) $5 - 4(2x - 3) = 2x + 7$

c) $5x - 3(4x - 2) = 4(2x - 1)$

d) $7x - 5(3x + 2) = x - 4$

e) $(x/2) + (1/4) = 13/4$

f) $5/6 - (4x/3) = 1/6$

g) $(5x/2) - (2x + 3)/6 = 5/3$

h) $2x/3 - (5x7)/6 = x/2 + 5/3$

Los pasos a seguir para la resolución de problemas son:

a) **Entérate:** se escriben la incógnita, los datos y las preguntas. La ecuación se plantea más fácilmente si la incógnita se asocia al valor más pequeño.

b) **Manos a la obra:** se plantea la relación, se transforma en una ecuación y se resuelve.

c) **Solución y comprobación:** se escriben las respuestas a las preguntas que plantea el problema y se comprueba que cumplen las relaciones dadas.

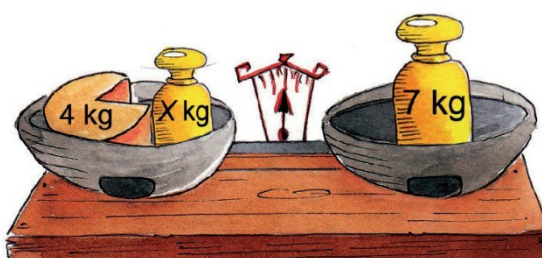
13. Resuelve mentalmente por tanteo los siguientes problemas:

a) Juan tiene 2 libros más que su prima Susana. Si entre los dos tienen 12 libros, ¿cuántos libros tiene cada uno? _____

b) Si Ana tiene 3 € más que su amigo Luis y entre los dos tienen 11 €, ¿cuánto dinero tiene cada uno?

c) Si Sonia tiene el doble de dinero que su hermano Antonio y entre los dos tienen 9 €.

d) Entre Manolo y Marta reúnen 20 €. Si Manolo tiene el triple de dinero que Marta, ¿cuánto dinero tiene cada uno?



que su
tienen 9

€. Si
su prima
uno?

14. Calcula dos números enteros consecutivos cuya suma sea 61.

15. Juan tiene 12 € más que su prima Ana. Si entre los dos tienen 63 €, ¿cuánto dinero tiene cada uno?

16. Antonio, Santiago y Paloma son guardias de seguridad que han cobrado 1 057 € por hacer un trabajo. Santiago ha trabajado la mitad de días que Antonio, y Paloma el doble de días que Antonio. ¿Cuánto ha cobrado cada uno?

17. Calcula un número sabiendo que dicho número más su mitad es igual a 39.

18. Calcula las dimensiones de un campo de fútbol, sabiendo que el largo es el doble del ancho y que el perímetro mide 294 m.

19. En un jardín, entre sauces, palmeras y pinos hay 91 árboles. Si el número de palmeras es el doble que el de sauces y el de pinos el doble que el de palmeras, ¿cuántos árboles hay de cada clase?

20. En un triángulo isósceles cada uno de los lados iguales mide 6 m más que el desigual. Si el perímetro mide 36 m, ¿cuánto mide cada lado?

21. Roberto tiene el triple de años que su hijo Julio; David, el hijo pequeño, tiene la mitad de años que Julio, y entre los tres suman 63 años. ¿Qué edad tiene cada uno?

22. Marta tiene el doble de dinero que su hermano Luis y entre los dos tienen 15 €. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

23. En las siguientes expresiones algebraicas, escribe la variable, los términos literales e independientes y los coeficientes:

a) $-4x + 3$

b) $-12m - 11$

24. Escribe en lenguaje algebraico las siguientes expresiones:

a) Isabel tiene x libros y su hermana Marta el doble. ¿Cuántos libros tiene Marta?

b) Un lado de un triángulo equilátero mide x metros. ¿Cuánto mide el perímetro?

25. Halla dos números sabiendo que uno es el doble del otro y que entre los dos suman 21.

26. Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones:

a) $x + 5 = 7$

b) $5x = 15$

27. Resuelve las siguientes ecuaciones:

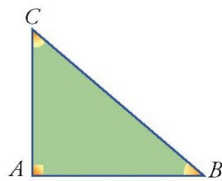
a) $9x + 10 = 3 + 7x + 5$

b) $4x + 5 - 7x = 2(3x - 6) - 1$

$$c) \left(\frac{7x}{2}\right) - \left(\frac{5x}{3}\right) = \frac{11}{6}$$

TEMA 10: Elementos básicos del plano.

1. Escribe tres ejemplos reales que representen intuitivamente un punto.
2. Dibuja tres puntos A , B y C que estén en línea recta.
3. Dibuja un segmento de 4,5 cm de longitud.
4. Dibuja un ángulo de 60°
5. ¿Qué ángulo forman las agujas de un reloj a las tres en punto?
6. Mide los ángulos del siguiente triángulo rectángulo. ¿Cuánto suman entre todos ellos?



Para **restar ángulos** se aplica el siguiente procedimiento:

- a) Se colocan los grados debajo de los grados, los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de los segundos.
- b) Se comienza restando los segundos. Si el minuendo es menor que el sustraendo, se pasa un minuto a segundos para poder hacer la resta.
- c) Se hace lo mismo con los minutos.

Para **sumar ángulos** se aplica el siguiente procedimiento:

- a) Se colocan los grados debajo de los grados, los minutos debajo de los minutos y los segundos debajo de los segundos.
- b) Se comienza sumando los segundos. Por cada $60''$ se toma $1'$ más. c) Se suman con los minutos. Por cada $60'$ se toma 1° más.

7. Opera mentalmente los siguientes ángulos:

a) $25^\circ 30' + 20^\circ 30' =$ b) $70^\circ 45' - 50^\circ 30' =$ _

c) $63^\circ 25' 24'' + 75^\circ 47' 19'' =$ d) $95^\circ 42' 12'' - 46^\circ 37' 33'' =$ _

e) $35^\circ 44' 23'' + 68^\circ 53' 45'' =$ f) $84^\circ 14' 32'' - 55^\circ 36' 25'' =$

8. Si en un triángulo isósceles el ángulo desigual mide $45^\circ 23'$, ¿cuánto mide cada uno de los otros dos ángulos?

Producto de un ángulo por un número. Se aplica el siguiente procedimiento:

- a) Se multiplica el número por los segundos, minutos y grados, respectivamente.
- b) Si los segundos pasan de 60", se dividen entre 60. El resto son segundos, y el cociente son minutos, que se suman a los minutos.
- c) Si los minutos pasan de 60', se dividen entre 60. El resto son minutos, y el cociente son grados, que se suman a los grados.

División de un ángulo entre un número. Se aplica el siguiente procedimiento:

- a) Se comienza dividiendo los grados entre el número.
- b) El resto de los grados se pasa a minutos multiplicando por 60, y estos se suman a los minutos del dividendo.
- c) Se dividen los minutos entre el número.
- d) El resto de los minutos se pasa a segundos multiplicando por 60, y estos se suman a los segundos del dividendo.
- e) Se dividen los segundos entre el número.

9. Opera mentalmente los siguientes ángulos:

a) $(10^\circ 30') \cdot 5 =$

b) $(60^\circ 42') : 6 =$ _

c) $(23^\circ 15' 53'') \cdot 8 =$

d) $(126^\circ 35' 44'') : 4$

e) $(15^\circ 27' 48'') \cdot 7 =$

f) $(74^\circ 33' 18'') : 6 =$ _

- Un ángulo es **agudo** si su medida está comprendida entre 0° y 90°
- Un ángulo es **recto** si su medida es 90°
- Un ángulo es **obtuso** si su medida está comprendida entre 90° y 180°
- Un ángulo es **llano** si su medida es 180°
- Un ángulo es **completo** si su medida es 360°

10. Dibuja un ángulo recto.

- Un ángulo es **convexo** si su medida está comprendida entre 0° y 180°
- Un ángulo es **cóncavo** si su medida está comprendida entre 180° y 360°

11. Dibuja un ángulo convexo y agudo.

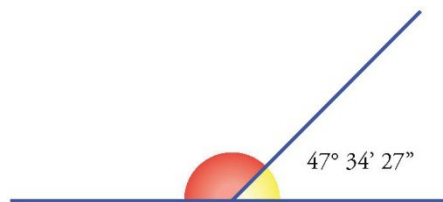
12. Dibuja un ángulo cóncavo y mayor de 270° .

Dos ángulos son **complementarios** si entre los dos suman 90° , es decir, un ángulo recto.

13. Dibuja un triángulo rectángulo. ¿Cuánto suman las medidas de los dos ángulos agudos?

Dos ángulos son **suplementarios** si entre los dos suman 180° , es decir, un ángulo llano.

14. En el siguiente dibujo, ¿cuánto vale el ángulo coloreado de rojo?



Dos ángulos son **complementarios** si entre los dos suman 90° , es decir, un ángulo recto.

15. Dibuja un cuadrado y sus diagonales. ¿Cómo son los ángulos que forman las diagonales?

16. Si un ángulo agudo de un rombo mide 60° , calcula mentalmente cuánto mide el ángulo contiguo.

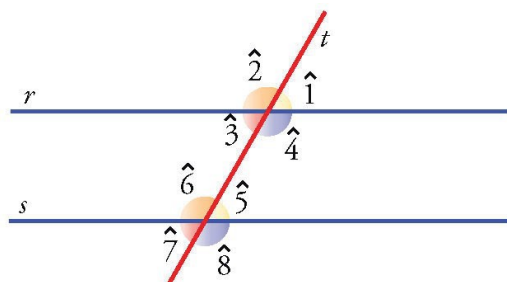
17. Dibuja un rombo y marca dos ángulos contiguos. ¿Cómo son los ángulos contiguos de un rombo, complementarios o suplementarios?

18. Si un ángulo agudo de un romboide mide 45° , calcula mentalmente cuánto mide el ángulo contiguo.

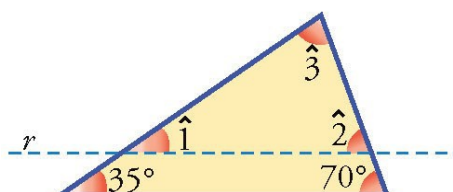
Los ángulos que forman una **recta secante** que corta a otras dos paralelas son iguales o suplementarios.

19. Dibuja dos rectas secantes que formen un ángulo de 30° . Calcula mentalmente cuánto mide cada uno de los otros ángulos que forman.

20. En el siguiente dibujo tenemos dos rectas paralelas cortadas por una secante. Si el ángulo 1 mide 60° , halla el valor del resto de los ángulos.



21. En el siguiente triángulo hemos dibujado una recta paralela a uno de los lados. Halla la medida de los ángulos 1, 2 y 3.



dibujado una
Halla la

22. Representa dos puntos A y B , y dibuja la recta que pasa por ellos.

23. Dibuja un ángulo y escribe en él todos sus elementos.

24. Opera mentalmente los siguientes ángulos:

a) $35^{\circ} 15' + 25^{\circ} 30' = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $85^{\circ} 30' - 65^{\circ} 15' = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $(10^{\circ} 10') \cdot 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $(75^{\circ} 35' 45'') : 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

25. Dibuja un ángulo convexo y obtuso.

26. ¿Cómo son los ángulos de un cuadrado? ¿Cuánto mide cada uno de ellos?

27. Dibuja dos rectas secantes que formen un ángulo de 60° . Calcula mentalmente cuánto mide cada uno de los otros ángulos que forman.

TEMA 11: Triángulos.

Para construir un triángulo conociendo los tres lados: se dibuja el segmento que representa al lado a (correspondiente a la base). Sobre los extremos, que son dos vértices, se dibujan arcos de circunferencia con radios iguales a la longitud del lado b y del lado c , respectivamente. El punto de intersección es el otro vértice.

Para poder construir un triángulo con tres lados conocidos, la longitud del lado mayor debe medir menos que la suma de los otros dos lados.

1. Dibuja un triángulo cuyos lados midan $a = 4,4$ cm, $b = 3,1$ cm y $c = 2,5$ cm .
2. ¿Es posible dibujar un triángulo cuyos lados sean 12 cm, 4 cm y 6 cm? Justifica tu respuesta.

Construir un triángulo conociendo dos lados y el ángulo que forman: se dibuja el segmento que representa el lado a (correspondiente a la base). Desde un extremo, que es el vértice C del triángulo, se levanta el ángulo conocido. Se lleva el lado b sobre este lado del ángulo y se unen los extremos de los lados a y b .

3. Construye un triángulo cuyos lados sean $a = 4$ cm y $c = 3$ cm y el ángulo comprendido entre ellos $C = 65^\circ$.
4. Dibuja un triángulo de lados $a = 5,45$ cm y $b = 5$ cm, y el ángulo comprendido entre ellos $B = 57^\circ$. ¿Mide e indica cuánto mide el lado c ?

Construir un triángulo conociendo un lado y los dos ángulos contiguos: se dibuja el segmento que representa al lado a (correspondiente a la base). Desde sus extremos, que son dos vértices del triángulo, se levantan los ángulos conocidos (la suma de los ángulos dados debe ser inferior a 180°). El punto de intersección de los lados de los ángulos es el tercer vértice.

5. ¿Es posible dibujar un triángulo con los ángulos $A = 120^\circ$ y $C = 70^\circ$ y el lado $b = 5$ cm? Justifica tu respuesta.
6. Construye un triángulo cuyos lados sean $a = 4,4$ cm y $c = 2,8$ cm y el ángulo comprendido entre ellos $C = 72^\circ$.

Igualdad de triángulos

- a) Dos triángulos son iguales si tienen los tres lados respectivamente iguales.
- b) Dos triángulos son iguales si tienen dos lados y el ángulo comprendido respectivamente iguales.
- c) Dos triángulos son iguales si tienen un lado y los dos ángulos contiguos respectivamente iguales.

7. Si tienes dos triángulos isósceles que son rectángulos, ¿puedes decir que son iguales? Justifica tu respuesta.

8. ¿Son iguales dos triángulos que tienen iguales sus ángulos? Justifica tu respuesta.

La **mediana** de un triángulo es el segmento que va desde un vértice al punto medio del lado opuesto. Al trazar las tres medianas de un triángulo estas se cortan en un punto **G** llamado baricentro.

El baricentro divide a cada mediana en dos segmentos, de forma que uno es el doble que el otro.

9. Construye un triángulo cuyos lados sean $a = 6$ cm, $b = 4$ cm y $c = 3$ cm. Dibuja en él las tres medianas y señala el baricentro. Comprueba midiendo que el baricentro divide a las medianas en dos segmentos y que uno es el doble del otro.

La **altura** de un triángulo es el segmento perpendicular desde el vértice al lado opuesto o a su prolongación. El punto donde se cortan las tres alturas se llama **ortocentro**.

10. Dibuja en tu cuaderno un triángulo de lados 5 cm, 4 cm y 3 cm, y dibuja sus alturas. Señala el ortocentro y estudia su posición.

La **mediatriz** de un segmento es la recta perpendicular al segmento por su punto medio.

Las **mediatrices** de un triángulo son las mediatrices de sus lados. El **circuncentro** de un triángulo es el punto de corte de las tres mediatrices. Está a la misma distancia de los tres vértices.

11. Dibuja un segmento de 5 cm de longitud y traza su mediatriz. Comprueba midiendo que un punto de la mediatriz equidista de los extremos del segmento.

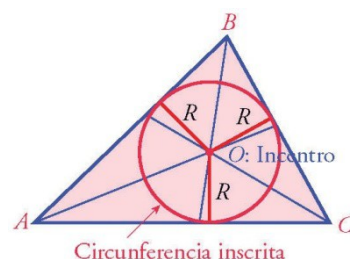
12. Construye un triángulo equilátero de 2,8 cm de lado. Traza las mediatrices y dibuja la circunferencia circunscrita.

13. ¿Cuál es el número mínimo de mediatrices que hay que trazar para hallar el circuncentro?

14. Dibuja un triángulo rectángulo y su circunferencia circunscrita. ¿Dónde está el circuncentro?

La **bisectriz** de un ángulo es la semirrecta que divide al ángulo en dos ángulos iguales.

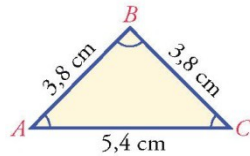
Las **bisectrices** de un triángulo son las bisectrices de sus ángulos. El **incentro** de un triángulo es el punto donde se cortan las tres bisectrices y está a la misma distancia de los tres lados del triángulo. La **circunferencia inscrita** en un triángulo es la que tiene como centro el incentro y como radio la distancia del centro al lado.



15. Dibuja un ángulo agudo de 40° y traza su bisectriz con regla y compás.

16. Construye un triángulo cuyos lados midan 55 mm, 41 mm y 38 mm. Dibuja el incentro y la circunferencia inscrita.

17. En el triángulo de la figura dibuja las bisectrices y la circunferencia inscrita.

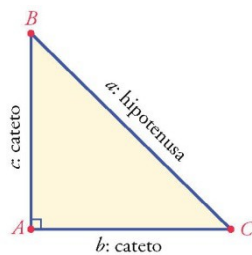


18. ¿Cuál es el número mínimo de bisectrices que hay que trazar para hallar el incentro?

El **teorema de Pitágoras** dice que, en un triángulo rectángulo, la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Una **terna pitagórica** son tres números enteros que verifican el teorema de Pitágoras.



19. Comprueba cuáles de las siguientes ternas de longitudes forman un triángulo rectángulo:

a) 3 cm, 4 cm y 5 cm

b) 6 m, 8 m y 10 m

c) 9 dam, 12 dam y 15 dam

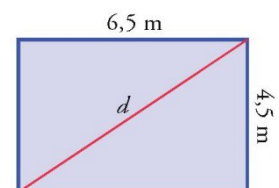
d) 5 mm, 6 mm y 7 mm

20. Calcula la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden:

a) 6 cm y 8 cm

b) 12 mm y 16 mm

21. Calcula la longitud de la diagonal del rectángulo de la figura:



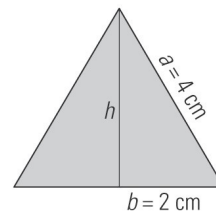
22. Calcula en cada caso el lado que falta:

a) $a = 30$ dam y $c = 20$ dam

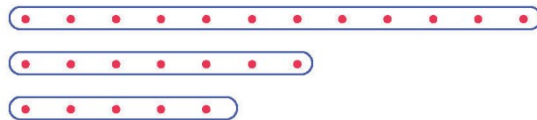
b) $a = 10$ m y $b =$

8 m

23. Calcula la altura de un triángulo equilátero de 4 cm de lado.



24. Nos han dado las siguientes tablillas para formar un triángulo. ¿Puedes hacerlo?



25. Construye un triángulo cuyos lados sean $a = 4$ cm y $b = 3$ cm y el ángulo comprendido entre ellos $C = 65^\circ$.

26. Dibuja un triángulo que tenga un ángulo de 60° y los lados que lo forman 3,6 cm y 2,8 cm. Traza las medianas y señala el baricentro.

27. Dibuja un triángulo rectángulo cuyos catetos midan 2,8 cm y 2 cm. Dibuja la circunferencia circunscrita.

TEMA 12: Polígonos y circunferencias.

Un **polígono** es **regular** si tiene sus lados y sus ángulos iguales. Un polígono es **irregular** si no tiene todos los ángulos o lados iguales.

Los elementos característicos de los polígonos regulares son:

- **Centro:** punto interior del polígono que está a igual distancia de todos los vértices.
- **radio:** segmento que une el centro con un vértice.

El centro y el radio lo son también de la circunferencia circunscrita.

- **apotema:** segmento perpendicular al lado, que une el centro con el punto medio del lado.

Fíjate que en todos los polígonos regulares se puede dibujar un triángulo rectángulo con la apotema, el radio y la mitad del lado. Por tanto, siempre se cumple: $R^2 = a^2 + (l/2)^2$

1. Calcula la apotema de un hexágono regular de 4 cm de lado.
2. Dibuja un hexágono regular de 1,7 cm de lado:
3. Dibuja un cuadrado inscrito en una circunferencia de 3 cm de radio. Calcula su lado.

La **amplitud de un ángulo central** de un polígono regular de n lados es $360^\circ : n$

4. Calcula el ángulo central de los siguientes polígonos:

- a) Heptágono Regular. b) Decágono Regular.

Los **cuadriláteros** son polígonos de cuatro lados. Tienen cuatro vértices, cuatro ángulos y dos dia- gonales. Sus cuatro ángulos suman 360° .

Los **paralelogramos** son cuadriláteros con los lados opuestos paralelos que tienen las siguientes propiedades:

- Tienen iguales sus lados opuestos.
- Tienen iguales sus ángulos opuestos.
- Dos ángulos consecutivos son suplementarios.
- Las diagonales se cortan en su punto medio.

Si un cuadrilátero cumple algunas de estas propiedades, dicho cuadrilátero es un paralelogramo.

5. Construye un cuadrado cuyo lado mide 3 cm. Calcula la longitud de la diagonal.

6. Construye un rectángulo cuya diagonal mida 4,5 cm, y uno de los lados, 2,5 cm. Halla el otro lado.

- **Cuadrado:** es un cuadrilátero que tiene los cuatro lados y ángulos iguales.

- **rectángulo:** es un cuadrilátero que tiene los cuatro ángulos rectos.

- **rombo:** es un cuadrilátero que tiene los lados iguales.

El **cuadrado** es un **rectángulo** y un **rombo** a la vez, porque verifica las condiciones que los definen.

- **romboide:** es un cuadrilátero que tiene los lados paralelos, y los lados y ángulos contiguos, des- iguales.

El **romboide** no es ni **cuadrado**, ni **rectángulo**, ni **rombo**.

7. Nombra los siguientes polígonos:

a)

b)

8. El lado de un rombo mide 4 cm, y una diagonal, 7 cm. Calcula la longitud de la otra diagonal.

9. Construye un paralelogramo que tenga todos los lados iguales, de 3 cm, y que dos lados formen un ángulo de 45°

Los **trapecios** son cuadriláteros con dos lados paralelos y otros dos no paralelos. Se llaman **bases** a los lados paralelos y **altura** a la distancia entre las bases. Clasificación de los trapecios:

- **trapecio isósceles:** aquel cuyos lados no paralelos son iguales. Tiene la propiedad de que los ángulos son iguales dos a dos. Cada ángulo tiene un contiguo igual y el otro contiguo suplementario.

- **trapezio rectángulo:** aquel que tiene dos ángulos rectos.

- **trapezio escaleno:** aquel que no es isósceles ni rectángulo.

Los **trapezoides** son cuadriláteros que no tienen ningún par de lados paralelos.

10. En un trapecio isósceles los lados iguales miden 5 cm. Sabiendo que sus bases miden 10 cm y 6 cm, calcula su altura.

11. Construye un trapecio cuyos lados midan 6 cm, 3 cm, 2,5 cm y 2 cm, respectivamente.

Una **circunferencia** es una línea curva, cerrada y plana cuyos puntos están a la misma distancia de un punto interior llamado **centro**.

Elementos de la circunferencia:

- **Centro:** punto del interior de la circunferencia tal que la distancia desde él a cualquier punto de la circunferencia es la misma.

- **radio:** segmento que une el centro con cualquier punto de la circunferencia.

- **diámetro:** segmento que tiene por extremos dos puntos de la circunferencia y que pasa por el centro. El diámetro es el doble del radio: $D = 2R$
- **Cuerda:** es el segmento que une dos puntos cualesquiera de la circunferencia. La cuerda mayor es el diámetro.
- **Arco:** parte de la circunferencia comprendida entre dos puntos.
- **Semicircunferencia:** cada una de las partes en que un diámetro divide a una circunferencia, es decir, media circunferencia.

12. Dibuja una circunferencia de 2 cm de radio y una recta tangente con respecto a ella

13. Dibuja una circunferencia de 5 cm de radio y traza dos cuerdas que estén, respectivamente, a 3 cm y 4 cm del centro.

14. Una circunferencia de radio 4 cm tiene una cuerda de 6 cm de longitud. ¿A qué distancia se encuentra del centro?

15. Traza y di qué posición relativa tienen una circunferencia de 4 cm de radio y otra de 6 cm de radio, de forma que sus centros estén a:

a) 10 cm b) 2 cm _____

16. Una cuerda está a 6 cm de distancia del centro de una circunferencia de 8 cm de radio. Halla la longitud de la cuerda.

17. Dibuja dos circunferencias que sean:

a) Tangentes exteriores. b) Tangentes interiores.

18. Dibuja una circunferencia de 1,5 cm de radio y traza una cuerda que esté a una distancia de 0,5 cm del centro.

Un **ángulo central** en una circunferencia es el que tiene su vértice en el centro de la circunferencia.

Un **ángulo inscrito** es el que tiene su vértice en la circunferencia y sus lados son secantes a la circunferencia.

Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es un **ángulo recto**.

19. Dibuja un círculo de 2 cm de radio.

20. Construye un sector circular de 1,5 cm de radio y cuyo ángulo central sea de 90° .

21. Construye una corona circular cuyos radios midan 1,9 cm y 1,4 cm

22. Construye un ángulo de 30° inscrito en una circunferencia.

23. Dibuja tres triángulos rectángulos cuya hipotenusa mida 3,5 cm, inscritos en una semicircunferencia.

24. Dibuja un rectángulo, y una de sus diagonales, en el que los lados midan 4 cm y 3 cm. Halla cuánto mide la diagonal.

25. Dibuja un rombo cuyas diagonales midan 4 cm y 2 cm. Halla cuánto mide el lado de dicho rombo. Redondea el resultado a dos decimales.

26. Calcula el ángulo central de los siguientes polígonos:

a) Pentágono regular b) Hexágono regular

27. Dibuja un segmento circular de 1,8 cm de radio y de forma que la cuerda tenga 2,2 cm

28. En un trapecio isósceles las bases miden 12 cm y 8 cm. Si la altura es de 5 cm, calcula la longitud de los lados iguales.

TEMA 13: Perímetros y áreas.

El **perímetro de un polígono** es la medida de su contorno y se calcula sumando las longitudes de los lados. El **área de un polígono** es la medida de su superficie.

1. Calcula mentalmente el área de un triángulo en el que la base mide 8 m, y la altura, 5 m.
2. Calcula el área de un triángulo rectángulo en el que los catetos miden 22 m y 16 m.
3. Una parcela tiene forma de triángulo, y sus lados miden 9 m, 11 m y 12 m. Calcula su área.

El **perímetro de un triángulo** es igual a la suma de sus 3 lados.

El **área de un triángulo** es igual a la base multiplicada por la altura y dividido entre dos.

4. Calcula mentalmente el perímetro de un cuadrado cuyo lado mide 12 m.
5. Un cuadrado mide 84 m de perímetro. ¿Cuánto mide el lado?

El **perímetro de un rectángulo** es igual al doble de la suma del largo más el alto. El **área de un rectángulo** es igual a la base por la altura.

6. Calcula mentalmente el área de un rectángulo cuyos lados miden 8 m y 6 m.
7. Un libro tiene 272 páginas. Cada hoja mide 21 cm de base y 29 cm de altura. ¿Qué superficie ocupa el libro si arrancamos las hojas y colocamos unas a lados de las otras?

El **perímetro de un rombo** es igual a 4 veces el lado. El **área de un rombo** es igual a la diagonal mayor por la diagonal menor y dividido entre dos.



8. Calcula mentalmente el perímetro de un rombo cuyo lado mide 6,5 m.
9. Las diagonales de un rombo miden 14,6 cm y 9,8 cm. Calcula su perímetro y su área.

El **perímetro de un trapecio** es igual a la suma de los lados.

El **área de un trapecio** es igual a la semisuma de las bases por la altura.

10. Calcula mentalmente el perímetro de un trapecio isósceles en el que las bases miden 8 m y 7 m y los lados iguales miden 5 m.

11. En un trapecio rectángulo, las bases miden 12,5 m y 8,5 m y la altura mide 6,2 m. Calcula su perímetro y su área.

El **perímetro de un polígono** regular es igual al número de lados multiplicado por lo que mide cada lado. El **área de un polígono** regular es igual al perímetro multiplicado por la apotema y dividido entre dos.

12. Halla el perímetro y el área de un hexágono regular en el que el lado mide 8,6 m.

13. Calcula mentalmente el perímetro de un decágono regular en el que el lado mide 12 m.

La **longitud de una circunferencia** es la medida de su contorno y es igual a 2 por π y multiplicado por el radio. $L = 2\pi R$

14. Calcula la longitud de una circunferencia cuyo radio mide 5,25 m.

15. Calcula el radio de una circunferencia que mide 35,82 m de longitud.

La **longitud de un arco** se obtiene dividiendo la longitud de la circunferencia entre 360° y multiplicando por el número de grados del arco.

16. Calcula la longitud de un arco de circunferencia de 7,8 m de radio y de 125° de amplitud.

17. Un arco de 60° mide 23 m. Calcula el radio.

18. En el Giro de Italia una etapa tiene 155 km, y las ruedas de una bicicleta tienen de radio 35 cm. ¿Cuántas vueltas da cada rueda?

19. La tapa de un bote de melocotones mide 37,68 cm de circunferencia. ¿Cuánto mide el radio de la tapa?

El **área del círculo** es la medida de la superficie que hay dentro de la circunferencia y es igual a π , multiplicado por el radio al cuadrado. $A = \pi R^2$

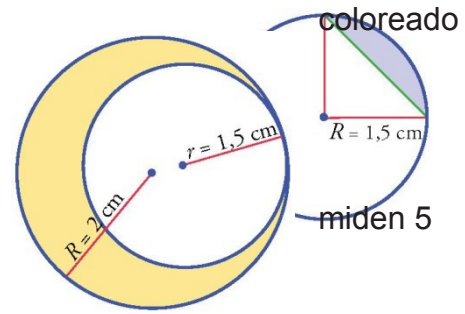
20. Calcula el área de un círculo de 6,7 cm de radio.

El **área de un sector circular** se obtiene dividiendo el área del círculo por 360° y multiplicándolo por el número de grados del sector circular

21. Calcula el área de un sector circular de 12,5 m de radio y 165° de amplitud.

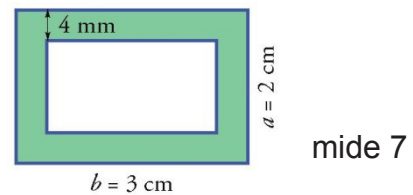
El área de una corona circular se obtiene aplicando la fórmula: $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$.

22. Calcula el área del siguiente segmento circular de azul:



23. Calcula el área de una corona circular cuyos radios cm y 7 cm.

24. Calcula el área de la siguiente zona amarilla:



25. Calcula mentalmente el área de un cuadrado cuyo lado m.

26. Un campo de fútbol mide de largo 105 m y de ancho 65 m. Queremos reponer el césped, que cuesta 25 €/m². ¿Cuánto pagaremos?

27. Calcula el área coloreada de verde:

28. Calcula mentalmente el área de un rombo cuyas diagonales miden 9 m y 5 m.

29. Calcula mentalmente el perímetro de un romboide cuyos lados miden 7 m y 5 m.

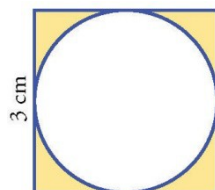
30. Calcula mentalmente el área de un trapecio cuyas bases miden 5,5 m y 4,5 m, y la altura, 2 m.

31. Calcula mentalmente el perímetro de un decágono regular en el que el lado mide 12 m.

32. Calcula la longitud de una circunferencia cuyo radio mide 23,5 m.

33. Calcula el área de un semicírculo de 5,2 cm de radio.

34. Calcula el área de la zona coloreada de amarillo de la siguiente figura:



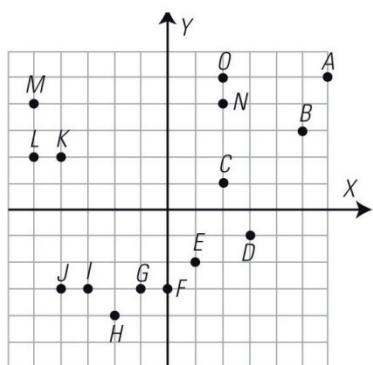
TEMA 14: Tablas y gráficas.

Los **ejes coordenados** son dos rectas perpendiculares que dividen el plano en cuatro cuadrantes.

El **origen de coordenadas** es el punto donde se cortan las dos rectas.

- El **eje de abscisas** es la recta horizontal y se representa con la letra X
- El **eje de ordenadas** es la recta vertical y se representa con la letra Y
- Los ejes se gradúan con valores positivos hacia la derecha y hacia arriba, y valores negativos hacia la izquierda y hacia abajo.
- Las **coordenadas** de un punto son un par de valores (x, y) . La **abscisa** es el valor x y la ordenada el valor y

1. Une mediante segmentos los siguientes puntos en orden alfabético. ¿Qué se obtiene?



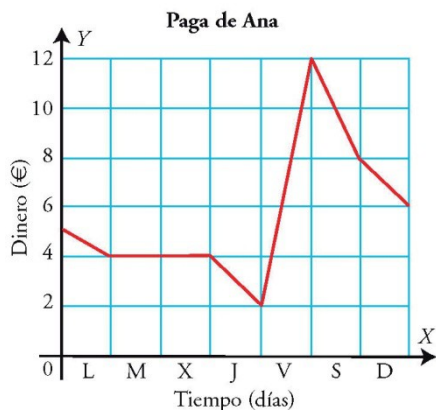
2. Escribe las coordenadas de todos los puntos del gráfico del ejercicio 1.

3. Dibuja en unos ejes coordenados los siguientes puntos y únelos en orden alfabético:
 $A(0, 0)$, $B(4, 0)$, $C(2, -2)$, $D(-2, -2)$, $E(-3, 0)$, $F(0, 0)$, $G(0, 2)$, $H(0, 6)$, $I(-3, 2)$, $J(0, 2)$
¿Qué figura se obtiene?

Se obtiene una **gráfica de puntos** cuando se relacionan dos magnitudes en que las cantidades de la primera son números enteros.

Se obtiene una **gráfica de líneas** cuando se relacionan dos magnitudes y ambas pueden tomar cualquier tipo de números

4. El gráfico representa la evolución del dinero de la paga de Ana durante la última semana.



- Le dan la paga el viernes y no se gasta nada. ¿Cuánto le dan de paga?
- ¿Qué día de la semana es el que más dinero tiene? ¿Cuánto?
- ¿Qué día de la semana es el que menos dinero tiene? ¿Cuánto?
- ¿Cuánto dinero tiene cuando empieza la semana?
- ¿Cuánto dinero tiene cuando termina la semana?
- ¿Cuánto ha ahorrado esta semana?

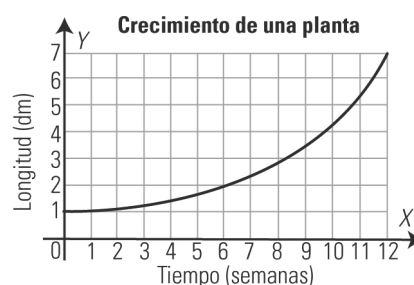
- Una **gráfica es creciente** cuando al desplazarse de izquierda a derecha los valores de la ordenada, y, aumentan.
- Una **gráfica es decreciente** cuando al desplazarse de izquierda a derecha los valores de la ordenada, y, disminuyen.

5. ¿Cuál de las siguientes relaciones es de puntos y cuál de líneas?

- El coste de harina en función del número de kilos.
- El número de ruedas de coches en función del número de coches.

6. Observa la gráfica del crecimiento de una planta en las primeras semanas de vida:

- ¿Es una gráfica de puntos o de líneas?
- ¿Es creciente o decreciente?
- ¿Cuánto mide la planta a las 6 semanas?



Un **carácter estadístico** es una propiedad que se estudia en los individuos de un colectivo. Puede ser **cualitativo** (indica una cualidad) o **cuantitativo** (indica una cantidad).

7 Pon un ejemplo de carácter estadístico cualitativo y otro cuantitativo.

8. Clasifica los siguientes caracteres en cualitativos o cuantitativos:

- a) El color de coche. b) El número de bombillas defectuosas.
c) El modelo de coches preferido. d) El número de libros leídos.

Una **tabla de frecuencias** sirve para ordenar y resumir la información.
La **frecuencia absoluta** de un valor es el número de veces que este se repite.
Se representa con n

La suma de todas las frecuencias absolutas es igual al total de datos y se representa por

N
La **frecuencia relativa** de un valor es el cociente entre la frecuencia absoluta y el

$$f_i = \frac{n_i}{N}$$

número total de datos. Se representa con:

La suma de todas las frecuencias relativas es 1.

9. En una encuesta sobre el número de televisores que hay en el hogar, se han obtenido las siguientes respuestas:

1, 3, 1, 2, 4, 2, 1, 3, 1, 2, 3, 2, 5, 1, 1, 2, 1, 1, 3, 4

- a) Clasifica el carácter estudiado.
b) Haz una tabla de frecuencias.

10. En una encuesta sobre el número de coches que tienen unas familias, se han obtenido las siguientes respuestas:

1, 1, 2, 1, 3, 2, 1, 4, 1, 2, 1, 2, 3, 2, 1, 1, 4, 1, 2, 2, 1, 1, 1, 2, 3

- a) Clasifica el carácter estudiado
b) Haz una tabla de frecuencia

La **media** de un conjunto de datos es el resultado de dividir la suma de todos los datos entre el número total de ellos. Se representa por .

La media solo se puede calcular si los datos son cuantitativos. Cálculo de la media en una tabla de frecuencias:

- a) Se multiplican los datos por sus frecuencias absolutas respectivas, y se suman los resultados. b) El resultado obtenido se divide entre el total de datos.

11. Se ha estudiado el número de DVD vendidos en una tienda, y se obtienen los siguientes resultados:

18, 18, 18, 18, 18, 18, 18, 18, 18, 19, 19, 19, 19, 19, 19, 19, 19, 19, 19, 19, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 21, 21, 21, 21, 21, 21, 21, 22, 22, 22, 22

- a) Clasifica el carácter estudiado.
b) Haz una tabla de frecuencias.
c) Calcula la media.

La **moda** de un conjunto de datos es el valor que tiene mayor frecuencia, se puede calcular siempre en datos cualitativos y cuantitativos. Para calcular la moda solo se debe mirar qué valor tiene mayor frecuencia

12. Indica cual es la moda en el ejercicio anterior:

13. Dados los siguientes datos: 2, 3, 1, 2, 4, 2, 3, 1, 6, 4, 6, 2, 3, 1, 5, 3, 4, 5, 3, 3, 4, 5, 6, 4, 2, 5, 3, 5, 4, 1

a) Haz una tabla de frecuencias absolutas.

b) Calcula la media y la moda.

Un **diagrama de barras** es un gráfico que está formado por barras de altura proporcional a la frecuencia de cada valor. Se utiliza con datos cualitativos y cuantitativos.

14. Se ha realizado un estudio para determinar el tipo de refresco que más consume un grupo de jóvenes, y los resultados han sido los que se presentan a continuación. Representa la información en un diagrama de barras e interprétalo.

Tipo de refresco	N.º de jóvenes
Naranja	20
Limón	25
Cola	35
Frutas tropicales	15

15. El número de enfermos de gripe en un centro escolar durante el último curso ha sido el que aparece debajo. Haz un diagrama de barras que represente esta información.

1.º	2.º	3.º	4.º	1.º B	2.º B
12	16	11	18	9	12

Un **diagrama de sectores** es un gráfico que consiste en un círculo dividido en sectores de amplitud proporcional a la frecuencia de cada valor. Se utiliza con datos cualitativos y cuantitativos.

16. Haz un diagrama de sectores con la siguiente información

Día	N.º de días
Nublado	4
Nubes y claros	8
Lluvia	5
Sol	13

Un **pictograma** es un gráfico formado con un dibujo que se toma como unidad. En el pictograma puede haber trozos de dibujo. Se utiliza con datos cualitativos y cuantitativos.

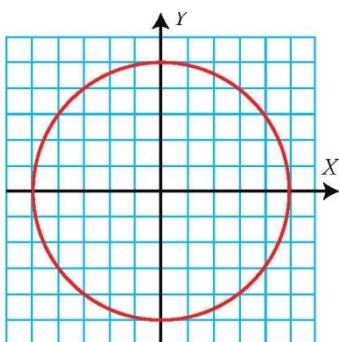
17. Haz un pictograma para representar las canicas que tienen los siguientes alumnos y alumnas:

Alumnos/as	Juan	Rocío	Belén	Antonio
N.º de canicas	20	50	40	30

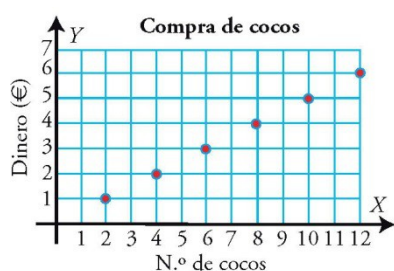
18. Haz un pictograma sobre el número de CD que tienen 5 amigos:

Nombre	Óscar	Sonia	Ismael	Luisa	Alba
N.º de CD	20	40	60	50	70

19. Marca con un punto y una letra cada punto de la circunferencia que tenga coordenadas enteras. Escríbelas.



20. Observa la gráfica de la compra de cocos:



- ¿Es una gráfica de puntos o de líneas?
- ¿Es creciente o decreciente?
- ¿Cuánto cuestan 4 cocos? ¿Y un coco?_
- ¿Cuánto cuestan 8 cocos?

21. Pon un ejemplo de carácter estadístico cualitativo y otro cuantitativo.

22. El color preferido por un grupo de personas es el siguiente. Calcula la media y la moda.

Color	Azul	Rojo	Verde
N.º personas	5	4	3

23. Haz un diagrama de barras sobre el número de alumnos de un colegio.

Etapas	Primaria	ESO	Bachillerato
N.º de alumnos	500	300	150

24. Haz un pictograma sobre el número de alumnos del ejercicio anterior: